

### Четвертое занятие

1. Пусть  $\xi$  — случайная величина. Может ли существовать константа  $C$ , такая что

$$1 - F_{\xi}(\lambda) \geq \frac{C\mathbb{E}\xi}{\lambda}$$

при больших  $\lambda$ ?

2. Найдите совместное распределение  $X - Y$  и  $X + Y$ , если  $X, Y$  — стандартные нормальные независимые величины.
3. Пусть  $X$  и  $Y$  — независимые одинаково распределенные случайные величины с конечным математическим ожиданием. Докажите, что  $\mathbb{E}|X - Y| \leq \mathbb{E}|X + Y|$ .
4. Пете нужно принести домой из колодца полное ведро воды. Зачерпнув из колодца полное ведро, он по дороге домой разливает долю воды, равномерно распределенную на отрезке  $[0, 1]$ . Сколько раз в среднем ему придется сходить за водой, пока он не донесет до дома нужное количество воды?
5. У курильщика в кармане лежат два коробка спичек. Каждый раз, желая закурить, он достает одну спичку из случайного коробка. Изначально в одном коробке было  $n$  спичек, а в другом  $M \gg n$ . Пусть  $Y$  — количество взятых из второго коробка спичек на тот момент, когда в первом коробке спички кончились. Найдите  $\mathbb{E}Y$  и  $\mathbb{D}Y$ .