

Пятое занятие

1. Вычислите характеристические функции следующих распределений:
 - Нормального распределения $\mathcal{N}(a, \sigma)$;
 - Многомерного гауссовского распределения с математическим ожиданием v и матрицей ковариации S ;
 - Экспоненциального распределения $\mathcal{E}(\lambda)$;
 - Равномерного распределения $U([a, b])$;
 - Пуассоновского распределения $P(\lambda)$;
 - Распределения Коши (плотность есть $\frac{1}{\pi(x^2+1)}$).
2. Пусть f — характеристическая функция некоторого распределения. Покажите, что f^2 и $|f|^2$ — тоже характеристические функции некоторых распределений. Обязательно ли $|f|$ будет характеристической функцией распределения?
3. Являются ли следующие функции характеристическими?
 - $\cos |t| - \sin |t|$;
 - $\frac{1+\cos t}{2}$;
 - $\cos t^2$;
 - $\cos(\sin t)$.
4. Существуют ли характеристические функции с компактным носителем?
5. Пусть X и Y — две независимые случайные величины, распределённые по Коши. Как распределена величина $\frac{X+Y}{2}$?