

## Седьмое занятие

1. Для каких видов сходимости (почти наверно, по вероятности, в среднем и по распределению) сходимость по Чезаро следует из обычной сходимости?
2. Пусть  $\{X_j\}_j$  — последовательность независимых величин Бернулли с параметрами  $p_j$ . При каких условиях на  $p_j$  эта последовательность почти наверно сходится?
3. Пусть  $\{X_j\}_j$  — последовательность неотрицательных независимых одинаково распределенных случайных величин, таких что их функция распределения удовлетворяет условию  $1 - F(x) = o(x^{-2})$  при  $x \rightarrow \infty$ . Докажите, что

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \max_{j \leq n} X_j \xrightarrow{\mathbb{P}} 0.$$

4. Пусть  $\{X_j\}_j$  — последовательность одинаково распределённых случайных величин с конечным математическим ожиданием модуля. Пусть  $\alpha > 0$ , рассмотрим события

$$A_j = \{|X_j| \geq \alpha j\}.$$

Докажите, что  $P(A_j \text{ беск. часто}) = 0$ .

5. Докажите, что сходимость почти наверно не метризуема.
6. Пусть  $\sum \mathbb{E}|\xi_j|^p < \infty$ . Докажите, что  $\xi_j \rightarrow 0$  почти наверно.