

Восьмое занятие

1. Найдите пределы

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(x)) - x\sqrt[3]{1-x^2}}{x^5}$$

2. Разложите в ряд Тейлора следующие функции

- $\sqrt{1-2x+x^3} - \sqrt[3]{1-3x-x^2}$ до x^3 включительно;
- $\sqrt[3]{\sin^3 x}$ до x^{13} включительно;
- $\ln \cos x$ до x^6 включительно;
- $\sin \sin x$ до x^3 включительно.

3. Разложите следующие функции в ряд Тейлора

- $\sqrt{\frac{x}{4-x}} + \sqrt{\frac{4-x}{x}}$ в точке $x_0 = 2$;
- $\sin(x^2 - 2x + 3)$ в точке $x_0 = 1$;
- $\arcsin x$.

4. Пусть

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2 f''(x_0 + \theta_h h)}{2}.$$

Докажите, что $\lim_{h \rightarrow 0} \theta_h = \frac{1}{2}$, если $f'''(x_0) \neq 0$.

5. Пусть функция f такова, что функции f, f', f'' и f''' положительны на положительной полуоси. Докажите, что $f(x) \geq ax^2$ для некоторого положительного числа a .