

Листочек 1

Дедлайн 30.09.17

Дополнительно:

1. а) (14) Докажите, что замкнутый отрезок нельзя представить в виде счётного дизъюнктного объединения замкнутых отрезков меньшей длины. б) (4) Можно ли плоскость представить в виде объединения замкнутых кругов положительных радиусов, внутренности которых не пересекаются?
2. (12) Определим функцию $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ по правилу

$$\begin{cases} f(x) = 0, & x = \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \\ f(x) = x - \tan(x), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Докажите, что существует такое число $a \in \mathbb{R}$, что последовательность, заданная рекуррентно по правилу $x_{n+1} = f(x_n)$, $x_0 = a$, неограничена.