

Одннадцатое занятие

Старые задачи

1. Разложите следующие функции в ряд Тейлора

- $\sqrt{\frac{x}{4-x}} + \sqrt{\frac{4-x}{x}}$ в точке $x_0 = 2$;
- $\sin(x^2 - 2x + 3)$ в точке $x_0 = 1$;
- $\arcsin x$.

2. Пусть

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2 f''(x_0 + \theta_h h)}{2}.$$

Докажите, что $\lim_{h \rightarrow 0} \theta_h = \frac{1}{3}$, если $f'''(x_0) \neq 0$.

3. Найдите первые несколько членов асимптотики $y(x)$ в окрестности точки x_0 , если:

- $\cos^4 y + x \sin x \cos^2 y + \sin^4 x = 1$ в окрестности точки $x_0 = 0$, $y(0) = 0$;
- $\frac{y^4 + 3y}{y+7} = x^3 + 2x - 5$ в окрестности точки $x = +\infty$;
- $e^y = y + \frac{y^2}{2} + x^3$ в окрестности точки $x_0 = 1$, $y(0) = 0$;
- $\sinh y = \cosh x$ в окрестности точки $x = +\infty$.

4. Вычислите первообразные.

$$\begin{aligned} & \int \frac{dx}{x-5}; \\ & \int \frac{dx}{x^2+2}; \\ & \int \frac{x^2+3x+2}{x^3+1} dx; \\ & \int \cos^2 x dx; \\ & \int \tan x dx; \\ & \int \frac{\sin x}{\cos x + 3 \sin x} dx; \\ & \int xe^x dx; \\ & \int \frac{dx}{1+e^{3x}}; \\ & \int \ln x dx; \\ & \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}; \\ & \int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}; \\ & \int \arctan x dx; \\ & \int \ln^2(x + \sqrt{1+x^2}) dx; \\ & \int \sqrt{x-x^2} dx; \\ & \int x\sqrt{1+x} dx. \end{aligned}$$