

Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория вероятностей
Probability Theory

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 4

Регистрационный номер рабочей программы: 044994

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Сообщение сведений о теории вероятностей в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории вероятностей.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Не предусмотрены.

1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: основы теории вероятностей, характеристические функции, случайные процессы.

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

Практические занятия 26 часов, промежуточная аттестация (зачеты и экзамены) 4 часа.

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|----------|--------------|----------------------|---------------------|--------------------|-------------|------------------|--------------------------|---------------------|--------------------------------|-----------------------------|--|-----------------------------|-------------------------------------|---|--------------|--------------------------------|
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных форм учебных занятий | Трудоёмкость | |
| | лекции | семинары | консультации | практические занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии преподавателя | сам. раб. с использованием методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | | | итоговая аттестация (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 5 | 32 | | 2 | 26 | | 2 | | 2 | 4 | | | | 45 | | 31 | | 34 | 4 |
| | 2-50 | | 2-50 | 10-25 | | 10-25 | | 1-1 | 2-50 | | | | 1-1 | | 1-1 | | | |
| ИТОГО | 32 | | 2 | 26 | | 2 | | 2 | 4 | | | | 61 | | 31 | | 34 | 4 |

| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
|---|--------------------------------------|-------|---|--|--|-------|
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| | Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | |
| Семестр 5 | | | зачёт, по результатам работы за период обучения, экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации | | |

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 5

| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
|-------|------------------------------------|---|------------------|
| 1 | Основы теории вероятностей | Лекции | 8 |
| | | практические занятия в присутствии преподавателя по методическим материалам | 8 |
| | | | 12 |
| | | | |
| 2 | Характеристические функции | Лекции | 14 |
| | | практические занятия в присутствии преподавателя по методическим материалам | 12 |
| | | | 11 |
| | | | |
| 3 | Случайные процессы | Лекции | 10 |
| | | практические занятия в присутствии преподавателя по методическим материалам | 6 |
| | | | 8 |
| | | | |
| 4 | Зачет | промежуточная аттестация (ауд) | 2 |
| 5 | Экзамен | промежуточная аттестация (ауд) | 2 |
| | | промежуточная аттестация (с.р.) | 31 |
| | | | |

Раздел 1: Основы теории вероятностей.

1. Основные понятия теории вероятностей. Аксиомы теории вероятностей. Основные соотношения между вероятностями событий. Геометрические вероятности. Независимость случайных событий.

2. Случайные величины и их распределения. Определение случайной величины. Распределение и функция распределения. Три основных типа распределений, примеры. Случайные векторы, многомерные распределения. Независимость случайных величин. Бесконечные системы случайных величин, теорема Колмогорова о продолжении системы конечномерных распределений до меры. Случайные элементы измеримого пространства.

3. Неравенства Чебышевского типа и их приложения: доказательства закона больших чисел, доказательство Бернштейна теоремы Вейерштрасса. Старшие моменты.

4. Случайные векторы: корреляционная матрица, коэффициент корреляции. Геометрическая интерпретация.

Раздел 2: Характеристические функции

1. Характеристические функции: теорема единственности, основные свойства, положительная определенность характеристических функций, характеристические функции и моменты.

2. Характеристические функции случайных векторов, теорема Крамера – Волда и преобразование Радона. Многомерные гауссовские распределения.
3. Последовательности независимых случайных величин. Закон «0-1», Лемма Бореля-Кантелли.
4. Сходимость вероятностных распределений Соотношения между видами сходимости. Критерии слабой сходимости. Расстояния в пространстве распределений.
5. Предельные теоремы для независимых случайных величин: Закон больших чисел (теорема Хинчина). Центральная предельная теорема.
6. Неравенство Колмогорова. Сходимость рядов независимых случайных величин. Усиленный закон больших чисел (теоремы Колмогорова).
7. Принцип больших уклонений. Теорема Крамера-Чернова для сумм независимых величин и её многомерное обобщение. Общий принцип больших уклонений: слабый и сильный.

Раздел 3: Случайные процессы.

1. Условные математические ожидания. Существование условных вероятностей и условных ожиданий.
2. Условные ожидания как операторы проектирования, регрессия и задачи прогноза.
3. Мартингалы и субмартингалы. Неравенство Дуба. Теорема Дуба о сходимости мартингалов. Сходимость мартингалов в среднем и среднем квадратическом. Мартингалы и моменты остановки. Примеры применения.
4. Процессы с независимыми приращениями: Основные понятия. Процесс Винера. Процесс Пуассона. Безгранично делимые распределения.
5. Процессы Маркова с непрерывным временем и счетным множеством состояний: основные понятия, уравнения Чепмена – Колмогорова, дифференциальные уравнения Колмогорова. Процессы размножения и гибели.

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций и практических занятий

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Методика проведения зачета

Зачет проводится в устной форме. Для получения зачета необходимо решить 60% задач, предлагаемых в течение семестра. В случае, если к моменту проведения зачета студент решил меньшее количество задач, на зачете ему предлагаются задачи аналогичные по тематике и сложности. Задачи даются в форме домашних заданий с устной сдачей («листочки»), письменных домашних заданий и контрольных. Темы задач фиксированы, количество и форма выдачи остается на усмотрение преподавателя практических занятий. Возможна выдача задач повышенной сложности, решение которых засчитывается в качестве индивидуальных достижений студента (при подаче заявок на именные стипендии, конкурсы и т.п.); сдача таких заданий проводится в устной форме.

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Период обучения (модуль): **Семестр 5**

Темы задач:

1. Многомерные распределения. Неравенства Чебышевского типа. Корреляционная матрица.
2. Вычисление характеристических функций. Сходимость рядов из независимых случайных величин.
3. Мартингалы. Применения неравенства Дуба.
4. Случайные процессы. Дифференциальные уравнения Колмогорова.

Список вопросов к экзамену:

1. Аксиомы теории вероятностей. Независимость случайных величин.
2. Распределение случайной величины.
3. Теорема Колмогорова о продолжении.
4. Моменты. Неравенства чебышевского типа.
5. Случайные векторы. Корреляционная матрица
6. Характеристические функции: единственность.
7. Характеристические функции: положительная определенность.
8. Теорема Крамера-Волда.
9. Преобразование Радона.
10. Многомерные гауссовские распределения.
11. Лемма Бореля-Кантелли.
12. Сходимость по вероятности.
13. Критерии слабой сходимости.
14. Закон больших чисел.
15. Центральная предельная теорема.
16. Неравенство Колмогорова.
17. Усиленный закон больших чисел.
18. Принцип больших уклонений.
19. Теорема Крамера-Чернова.
20. Условные математические ожидания.
21. Мартингалы и субмартингалы.
22. Неравенство Дуба.
23. Сходимость мартингалов в среднем.
24. Процессы с независимыми приращениями.
25. Процесс Винера.
26. Процесс Пуассона.
27. Безгранично делимые распределения.
28. Процессы Маркова с непрерывным временем.

29. Уравнения Чепмена-Колмогорова.

30. Процессы гибели и размножения.

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

не требуется

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

1. Ширяев А.Н. Вероятность. Т.1. МЦНМО, 2011.
2. Ширяев А.Н. Вероятность. Т.2. МЦНМО, 2011.

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. ТВ и МС в задачах, Агар, 2003 (328 с.).
2. Мешалкин Л.Д. Сборник задач по ТВ, МГУ, 1963.
3. Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Зубков А.М. Сборник задач по ТВ, Наука, 1980.
4. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по ТВ. Наука, 1986.
5. Ширяев А.Н. Задачи по Теории Вероятностей, МЦНМО, 2006 (416 с.).
6. Лукач Е. Характеристические функции. М.: Наука, 1979.
7. Д.Дж.Кемени, Дж.Л.Снелл, Конечные цепи Маркова. М.: Наука, 1970.
8. Д.Дж.Кемени, Дж.Л.Снелл, Счётные цепи Маркова. М.: Наука, 1987.

3.4.3 Перечень иных информационных источников

Раздел 4. Разработчики программы

Лифшиц Михаил Анатольевич, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики СПбГУ, mikhail@lifshits.org