

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дифференциальные уравнения и динамические системы  
Differential Equations and Dynamical Systems

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 7

Регистрационный номер рабочей программы: 053445

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о дифференциальных уравнениях и динамических системах в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории дифференциальных уравнений и динамических систем.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Не предусмотрены.

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: дифференциальные уравнения, линейные системы, топологическая динамика, структурная устойчивость, одномерная динамика.

### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

практические занятия 56 часов, контрольные работы 2 часа, промежуточная аттестация (зачеты и экзамены) 8 часов

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																		
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость	
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)			итоговая аттестация (сам.раб.)
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																		
<b>очная форма обучения</b>																		
Семестр 3	32		2	28		2(1)			4				45		31		34	4
	2-50		2-50	10-25		10-25			2-50				1-1		1-1			
Семестр 4	28		2	28					4				18		28		20	3
	2-50		2-50	10-25					2-50				1-1		1-1			
<b>ИТОГО</b>	<b>60</b>		<b>4</b>	<b>56</b>		<b>2</b>			<b>8</b>				<b>82</b>		<b>60</b>		<b>54</b>	<b>7</b>

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>						
<b>очная форма обучения</b>						
Семестр 3			зачёт, по результатам работы за период обучения, экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации		
Семестр 4			зачёт, по результатам работы за период обучения, экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации		

				ИИ		
--	--	--	--	----	--	--

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 3

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Дифференциальные уравнения	Лекции	12
		практические занятия	12
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	20
5	Контрольная работа	контрольная работа	2
6	Линейные системы.	Лекции	20
		практические занятия	18
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	25
8	Зачет	промежуточная аттестация (ауд)	2
9	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	20

### Раздел 1. Дифференциальные уравнения.

1. Дифференциальные уравнения 1 порядка. Решение. Задача Коши. Единственность. Интеграл.
2. Дифференциальные уравнения 1 порядка в симметричной форме. Интегрирующий множитель.
3. Линейные дифференциальные уравнения 1 порядка.
4. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Условие Липшица. Теорема Пикара.
5. Теорема Пеано.
6. Продолжимость решений.

### Раздел 2. Линейные системы.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений. Пространство решений однородной линейной системы.
2. Фундаментальная матрица. Экспонента матрицы. Метод Эйлера.
3. Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа.

4. Линейные системы дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами.
5. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
6. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
7. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.
8. Автономные системы. Траектории. Точки покоя линейных автономных систем на плоскости.
9. Аналитические системы. Теорема Коши.
10. Метод малого параметра.

Период обучения (модуль): **Семестр 4**

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Топологическая динамика	Лекции	12
		практические занятия в присутствии преподавателя	10
		по методическим материалам	10
3	Структурная устойчивость. Одномерная динамика.	Лекции	16
		практические занятия в присутствии преподавателя	18
		по методическим материалам	8
4	Зачет	промежуточная аттестация (ауд)	2
5	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	32

### **Раздел 1.** Топологическая динамика.

1. Динамические системы с дискретным и непрерывным временем. Траектории. Инвариантные множества. Действия групп.
2. Гладкие векторные поля на многообразиях и порождаемые ими потоки.
3. Топологическая динамика. Предельные множества.

Неблуждающее множество.

4. Топологическая транзитивность и топологическое перемешивание.

5. Метрики и топологии на пространствах динамических систем.

6. Гиперболические структуры. Устойчивые и неустойчивые многообразия.

## **Раздел 2. Структурная устойчивость. Одномерная динамика.**

1. Структурная устойчивость. Хаотические структуры. Подкова Смейла.

2. Структурная устойчивость диффеоморфизмов Аносова.

3. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость по первому приближению.

4. Аттракторы. Диссипативные системы.

5. Условия диссипативности в терминах функций Ляпунова. Методы оценки размерности аттракторов.

6. Одномерная динамика. Порядок Шарковского.

7. Одномерная динамика. Универсальность Фейгенбаума.

8. Бифуркации в динамических системах. Инвариантные меры динамических систем. Теорема Крылова-Боголюбова.

## **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

### **3.1. Методическое обеспечение**

#### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций и практических занятий

#### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

#### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

##### **Методика проведения зачета**

Зачет проводится в устной форме. Для получения зачета необходимо решить 60% задач, предлагаемых в течение семестра. В случае, если к моменту проведения зачета студент решил меньшее количество задач, на зачете ему предлагаются задачи аналогичные по тематике и сложности. Задачи даются в форме домашних заданий с устной сдачей («листочки»), письменных домашних заданий и контрольных. Темы задач фиксированы, количество и форма выдачи остается на усмотрение преподавателя практических занятий.

Возможна выдача задач повышенной сложности, решение которых засчитывается в качестве индивидуальных достижений студента (при подаче заявок на именные стипендии, конкурсы и т.п.); сдача таких заданий проводится в устной форме.

### **Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

#### **Критерии выставления оценок**

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

### **3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 3**

#### **Темы задач:**

1. Интегрирование дифференциальных уравнений 1 порядка в симметричной форме.
2. Линейные дифференциальные уравнения 1 порядка. Уравнения Бернулли и Риккати.
3. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
4. Геометрические и физические задачи.
5. Понижение порядка.
6. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
7. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
8. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения и системы.

#### **Список вопросов к экзамену:**



1. Дифференциальные уравнения 1 порядка. Решение. Задача Коши. Единственность. Интеграл.
2. Дифференциальные уравнения 1 порядка в симметричной форме. Интегрирующий множитель.
3. Линейные дифференциальные уравнения 1 порядка.
4. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Условие Липшица. Теорема Пикара.
5. Теорема Пеано.
6. Продолжимость решений.
7. Линейные системы дифференциальных уравнений. Пространство решений однородной линейной системы.
8. Фундаментальная матрица. Экспонента матрицы. Метод Эйлера.
9. Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа.
10. Линейные системы дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами.
11. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
12. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
13. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.
14. Автономные системы. Траектории. Точки покоя линейных автономных систем на плоскости.
15. Аналитические системы. Теорема Коши.
16. Метод малого параметра.

Период обучения (модуль): **Семестр 4**

**Темы задач:**

1. Динамические системы с дискретным временем.
2. Векторные поля и потоки на многообразиях.
3. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость по первому приближению.
4. Устойчивость по Ляпунову. Метод функций Ляпунова.

5. Построение глобальных функций Ляпунова для диссипативных систем.
6. Потеря устойчивости точки покоя. Бифуркации.

### **Список вопросов к экзамену:**

1. Динамические системы с дискретным и непрерывным временем. Траектории. Инвариантные множества. Действия групп.
2. Гладкие векторные поля на многообразиях и порождаемые ими потоки.
3. Топологическая динамика. Предельные множества. Неблуждающее множество.
4. Топологическая транзитивность и топологическое перемешивание.
5. Метрики и топологии на пространствах динамических систем.
6. Гиперболические структуры. Устойчивые и неустойчивые многообразия.
7. Структурная устойчивость. Хаотические структуры. Подкова Смейла.
8. Структурная устойчивость диффеоморфизмов Аносова.
9. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость по первому приближению.
10. Аттракторы. Диссипативные системы.
11. Условия диссипативности в терминах функций Ляпунова. Методы оценки размерности аттракторов.
12. Одномерная динамика. Порядок Шарковского.
13. Одномерная динамика. Универсальность Фейгенбаума.
14. Бифуркации в динамических системах. Инвариантные меры динамических систем. Теорема Крылова-Боголюбова.

### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

#### **3.2. Кадровое обеспечение**

##### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

#### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

#### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

#### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

#### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

#### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куса на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

### **3.4. Информационное обеспечение**

#### **3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Лань (2011 г.)

2. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. ЛКИ (2011 г.)

#### **3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности. Физматлит (2012 г.)

2. Соловьев И.А., Шевелев В.В., Червяков А.В. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Кратные интегралы, теория поля, теория функций комплексного переменного, обыкновенные дифференциальные

уравнения. Лань (2009 г.)

### **3.4.3 Перечень иных информационных источников**

не предусмотрен

### **Раздел 4. Разработчики программы**

Пилюгин Сергей Юрьевич, д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры геометрии