Аналитический семинар лаборатории Чебышева

Четверг, 20 сентября 2018, 13:40, ауд. 413, 14-я линия В. О., 29

Екатерина Щетка

Теорема Гордона и ее применения

Хорошо известно, что у периодических операторов Шредингера точечный спектр отсутствует. Это остаҷтся верным для почти-периодических потенциалов, хорошо приближаемых периодическими (так называемых потенциалов Гордона). В этом докладе мы докажем этот результат и обсудим некоторые следствия для дискретных операторов Шредингера, следуя работе Саймона [1] (непрерывный случай рассматривается аналогично).

Определение. *Потенциал V на $\mathbb{Z}$ называется потенциалом Гордона, если и только если существуют периодические потенциалы V_m с периодами $T_m \to \infty$ такие, что для некоторой константы $C > 0$*

$$\sup_{|n| \le 2T_m} |V(n) - V_m(n)| \le C m^{-T_m}.$$

Теорема. *(Гордон) Пусть V – потенциал Гордона и пусть ψ – решение $\psi(n+1) + \psi(n-1) + V(n)\psi(n) = E\psi(n)$. Тогда*

$$\limsup_{|n|\to\infty} \frac{|\psi(n)|^2 + |\psi(n+1)|^2}{|\psi(1)|^2 + |\psi(0)|^2} \ge 1/4.$$

Собственная функция из l_2 должна убывать при $|n| \to \infty$. Отсюда

Следствие. *Оператор Шредингера с потенциалом Гордона не имеет точечного спектра.*

Аргументы типа Теоремы Гордона очень широко используются в спектральной теории. Например, для того чтобы показать, что спектр для некоторых почти-периодических операторов является сингулярно непрерывным.

Список литературы

[1] Barry Simon, Almost periodic Schrödinger operators: A Review, *Advances in Applied Mathematics*, 1982, 3:4, 463-490.

Приглашаются все желающие!