**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Геометрическая теория групп (спецкурс), тр 5 сем

Geometric Group Theory

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 000000

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о геометрической теории групп в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов геометрической теории групп.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Алгебра» или «Высшая алгебра».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: гиперболические группы и пространства, базовые элементы геометрической теории групп, случайные блуждания на группах и вероятностные границы; уяснить логику и технику построения математической теории как фундамента самостоятельных научных исследований

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 5 | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 44 |  | 28 |  | 4 | 3 |
|  | 2-50 |  | 2-50 |  |  |  |  |  | 2-50 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 44 |  | 28 |  | 4 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | |
| Семестр 5 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 5**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | Гиперболические группы и пространства | Лекции | 14 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 18 |
| 2 | Базовые элементы геометрической теории групп | Лекции | 12 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 16 |
| 3 | Случайные блуждания на группах и вероятностные границы | Лекции | 6 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 10 |
| 4 | Экзамен | промежуточная аттестация (ауд) | 2 |
| промежуточная аттестация (с.р.) | 28 |

**Раздел 1:** Гиперболические группы и пространства

1. Понятие гиперболического пространства, примеры гиперболических пространств

2. Теорема об эквивалентных определениях гиперболических пространств

3. Теорема о гиперболичности и квазиизометрии

4. Вещественные деревья, пространства с древовидной структурой

5. Вещественные гиперболические пространства

6. Примеры гиперболических групп

7. Фуксовы и Кляйновы группы

8. Геометрия Александрова, CAT(k) пространства

9. Теорема о склейке гиперболических пространств

10. Границы гиперболических групп

11. Основные свойства гиперболических групп

**Раздел 2:** Базовые элементы геометрической теории групп

1. Понятие квазиизометрии и квазиизометрические классы групп

2. Действия групп, теорема Милнора-Шварца

3. Группы, действующие на деревьях, амальгамы и HNN-расширения

4. Модулярные группы поверхностей

5. Нильпотентные группы, группа Гейзенберга

6. Относительно гиперболические группы

7. Группы автоморфизмов гиперболических групп

8. Локально свободные группы

9. Свободные разрешимые группы

10. Группы, действующие на окружности и прямой

11. Концы групп, теорема Столлингса

12. Орифункции и наблюдаемые границы

13. Границы Флойда

14. Объемы, теорема Громова о полиномиальном росте, группы промежуточного роста

15. Понятие аменабельности

**Раздел 3:** Случайные блуждания на группах и вероятностные границы

1. Понятие случайного блуждания

2. Возвратность, невозвратность и теорема Пойя

3. Граница Мартина и компактификация орифункциями

4. Граница Пуассона–Фюрстенберга

5. Понятие абсолюта и граница-выход

6. Границы модулярных групп поверхностей и групп кос Артина

7. Границы групп, действующих на деревьях

8. Границы относительно гиперболических групп

9. Абсолют абелевых групп, теорема де Финетти

10. Абсолют группы Гейзенберга

11. Гармонический анализ, теорема Маргулиса и выпуклые подгруппы

12. Блуждания в группах фонарщика и свободных разрешимых группах

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

**Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 5**

**Список вопросов к экзамену**:

1. Понятие гиперболического пространства, примеры гиперболических пространств

2. Теорема об эквивалентных определениях гиперболических пространств

3. Теорема о гиперболичности и квазиизометрии

4. Вещественные деревья, пространства с древовидной структурой

5. Вещественные гиперболические пространства

6. Примеры гиперболических групп

7. Фуксовы и Кляйновы группы

8. Геометрия Александрова, CAT(k) пространства

9. Теорема о склейке гиперболических пространств

10. Границы гиперболических групп

11. Основные свойства гиперболических групп

12. Понятие квазиизометрии и квазиизометрические классы групп

13. Действия групп, теорема Милнора-Шварца

14. Группы, действующие на деревьях, амальгамы и HNN-расширения

15. Модулярные группы поверхностей

16. Нильпотентные группы, группа Гейзенберга

17. Относительно гиперболические группы

18. Группы автоморфизмов гиперболических групп

19. Локально свободные группы

20. Свободные разрешимые группы

21. Группы, действующие на окружности и прямой

22. Концы групп, теорема Столлингса

23. Орифункции и наблюдаемые границы

24. Границы Флойда

25. Объемы, теорема Громова о полиномиальном росте, группы промежуточного роста

26. Понятие аменабельности

27. Понятие случайного блуждания

28. Возвратность, невозвратность и теорема Пойя

29. Граница Мартина и компактификация орифункциями

30. Граница Пуассона–Фюрстенберга

31. Понятие абсолюта и граница-выход

32. Границы модулярных групп поверхностей и групп кос Артина

33. Границы групп, действующих на деревьях

34. Границы относительно гиперболических групп

35. Абсолют абелевых групп, теорема де Финетти

36. Абсолют группы Гейзенберга

37. Гармонический анализ, теорема Маргулиса и выпуклые подгруппы

38. Блуждания в группах фонарщика и свободных разрешимых группах

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Громов М.
Гиперболические группы. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.

2. Гиперболические группы по Михаилу Громову. М.: Мир, 1992.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Линдон Р., Шупп П.
Комбинаторная теория групп. – М.: Мир, 1980.

2. Bowditch B.H. A course on geometric group theory. – MSJ Memoirs, 16. Tokyo: Mathematical Society of Japan, 2006.

3. Bridson M. R., Haefliger A. Metric spaces of non-positive curvature. – Berlin: Springer, 1999.

4. Coornaert M., Delzant T., Papadopoulos A. Géométrie et théorie des groupes, Lecture Notes in Math., 1441. – Berlin: Springer, 1990.

5. de la Harpe P. Topics in geometric group theory. – Chicago, IL: Univ. Chicago Press, 2000.

6. Woess W. Random walks on infinite graphs and groups. Cambridge Tracts in Mathematics, 138. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

**Раздел 4. Разработчики программы**

Малютин Андрей Валерьевич, доктор физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник ПОМИ РАН, malyutin@pdmi.ras.ru