

Третье занятие, 26 февраля

Старое

1. Докажите, что произведение $\prod_{n=1}^{\infty} f_n(z)$ сходится равномерно на множестве E , если:
 - a) $f_n(z) = (1 - z^2/n^2)$, $E = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq R < \infty\}$;
 - b) $f_n(z) = (1 + z/n)e^{-z/n}$, $E = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq R < \infty\}$;
 - c) $f_n(z) = 1 + n^{-z}$, $E = \{z \in \mathbb{C} : \Re(z) \geq \delta > 1\}$;

Новое

1. Верно ли, что интеграл $\int_0^{\infty} f(z, t) dt$ сходится равномерно по z на множестве E , если:
 - a) $f(z, t) = \frac{e^{-tz}}{1+e^{tz}}$, $E = \{z \in \mathbb{C} : \Re(z) \geq \delta > 0\}$;
 - b) $f(z, t) = \frac{e^{-t}}{t+z}$, $E = \{z \in \mathbb{C} : |\arg(z)| \leq \alpha < \pi, |z| > \rho > 0\}$;
 - c) $f(z, t) = \frac{\ln^2(1+t)}{(t-z)^2}$, $E = \{z \in \mathbb{C} : |\arg(-z)| \leq \alpha < \pi\}$.
2. Найдите гармонически сопряженную к функции U функцию V , если:
 - a) $U = xy$;
 - b) $U = y \cos y \operatorname{sh} x + x \sin y \operatorname{ch} x$;
 - c) $U = r\varphi \cos \varphi + r \ln r \sin \varphi$.
3. Найдите все гармонические функции, постоянные на каждой кривой следующего семейства:
 - a) $x = C$;
 - b) $y = Cx$;
 - c) $x^2 + y^2 = C$;
 - d) $x^2 + y^2 = Cx$.