**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дополнительные главы геометрии (осн курс), тр 5-8 сем

Advanced topics in geometry

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 051706

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение классических и современных сведений из разных областей геометрии. Иллюстрация разнообразия геометрического мира.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Геометрия и топология».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: «знаменитые» многогранники, дискретная теория Морса, трехмерные многообразия и т.д.; уяснить логику и технику построения математической теории и ее связь с другими областями математики.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | Семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр  5-8 | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 40 |  | 28 |  | 4 | 3 |
|  | 2-50 |  | 2-50 |  |  |  |  |  | 2-50 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 40 |  | 28 |  | 4 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | |
| Семестр 5-8 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 5-8**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | "Знаменитые" многогранники: пермутоэдр, ассоциэдр, вторичный многогранник, вплоть до "чудесной компактификации" Де Кончини-Прочезе. | Лекции  по методическим материалам | 6  8 |
| 2 | Трехмерные многообразия: разбиения Хегора, перестройки, вплоть до теоремы     Рохлина. | Лекции  по методическим материалам | 8  10 |
| 3 | Дискретная теория Морса | Лекции  по методическим материалам | 4  4 |
| 4 | Шарнирные механизмы, теорема о распрямлении складного метра. | Лекции  по методическим материалам | 6  8 |
| 5 | S^1- расслоения, первый класс Черна и его локальная комбинаторная формула (Н. Мнева). | Лекции  по методическим материалам | 6  10 |

**Раздел 1: "Знаменитые" многогранники:**

1.Пермутоэдр.

2. Ассоциэдр. Конструкция усечения.

3. Вторичный многогранник.

4. "Чудесная компактификация" Де Кончини-Прочезе.

**Раздел 2:** Трехмерные многообразия:

1. Разбиения Хегора.

2. Скручивания Дена.

3. Перестройки. Примеры.

4. Диаграммы Хегора.

5. Теорема Рохлина.

**Раздел 3:**  Дискретная теория Морса:

1. Симплициальные и клеточные комплексы.
2. Дискретная функция Морса.Критические клетки, градиентные пути.
3. Неравенства Морса.
4. Гомологии Морса.
5. Пример: комплекс несвязных графов.

**Раздел 4:** Шарнирные механизмы, теорема о распрямлении складного метра.

1. Шарнирный механизм, конфигурационное пространство.
2. Инфинитезимальные изгибания. Матрица Жесткости.
3. Внутренние стрессы.
4. Теорема Ламана.
5. Задача о складном метре.
6. Алгоритм выпрямления.

**Раздел 5:** S^1- расслоения

1. Расслоения. Комбинаторные расслоения.
2. Нетривиальные расслоения.
3. Первый класс Черна
4. Мультисечения Казаряна.
5. Локальная комбинаторная формула Мнева для первого класса Черна.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций и семинаров

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

**Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 5-8**

**Список вопросов к экзамену**:

1. Выпуклые многогранники, ЧУМ граней.
2. Пермутоэдр как выпуклая оболочка орбиты.
3. Пермутоэдр как усеченный симплекс.
4. Ассоциэдр. Конструкция усечения.
5. Вторичный многогранник.
6. Пермутоэдр как вторичный многогранник.
7. "Чудесная компактификация" Де Кончини-Прочезе**.**
8. Разбиения Хегора.
9. Скручивания Дена.
10. Перестройки. Примеры.
11. Диаграммы Хегора.
12. Теорема Рохлина.
13. Симплициальные и клеточные комплексы.
14. Дискретная функция Морса.Критические клетки, градиентные пути.
15. Неравенства Морса.
16. Гомологии Морса.
17. Пример: комплекс несвязных графов.
18. Шарнирный механизм, конфигурационное пространство.
19. Инфинитезимальные изгибания. Матрица Жесткости.
20. Внутренние стрессы.
21. Теорема Ламана.
22. Задача о складном метре.
23. Алгоритм выпрямления.
24. Расслоения. Комбинаторные расслоения.
25. Нетривиальные расслоения.
26. Первый класс Черна.
27. Мультисечения Казаряна.
28. Локальная комбинаторная формула Мнева для первого класса Черна.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, цветной мел – не менее 4 цветов

(4 коробки на курс).

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. I. M. Gelfand, M. M. Kapranov, and A. V. Zelevinsky, *Discriminants, resultants and multidimensional determinants*, Birkhauser, Boston, MA, 1994
2. Robin Forman. A user’s guide to discrete Morse theory. S´em. Lothar. Combin, 48:B48c, 2002.
3. В.В.Прасолов, А.Б.Сосинский. Узлы, зацепления, косы и трёхмерные многообразия. (М.: МЦНМО, 1997)
4. **G.Ziegler. Lectures on polytopes. Springer, 2005.**

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. J. Milnor. Morse Theory. Princeton University Press, Princeton, 1965.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Видеокурс «Дискретная теория Морса» <http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?option_lang=rus&presentid=12013>

Видеокурс «Знаменитые многогранники» <http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?option_lang=rus&presentid=14532>

**Раздел 4. Разработчик программы**

Панина Гаянэ Юрьевна, доктор физ.-мат. наук, профессор СПбГУ