

Семинар “Индустриальная математика”

Пятница, 24 января 2020, 15:00, ауд. 120, 14-я линия В.О. 29

О решении задачи Римана для гиперболической системы законов сохранения, моделирующей закачку полимера в нефтяной пласт

Петрова Юля (Лаборатория им. Чебышева)

В докладе мы обсудим явные решения следующей задачи Римана:

$$\begin{aligned} s_t + f(s, c)_x &= 0, \\ [sc + a(c)]_t + [f(s, c)c]_x &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $t \in \mathbb{R}_+$, $x \in \mathbb{R}$, $s = s(x, t) \in [0, 1]$ и $c = c(x, t) \in [0, 1]$, $f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $a : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ — гладкие функции. Начальные данные:

$$(s, c)(x, 0) = \begin{cases} u^L = (s^L, c^L), & x < 0; \\ u^R = (s^R, c^R), & x > 0. \end{cases}$$

В нефтяной индустрии система (1) возникает при изучении методов увеличения нефтеотдачи (МУН, по-английски Enhanced Oil Recovery=EOR), а именно, при закачке в пласт водного раствора полимера. Здесь

- $s(x, t)$ — водонасыщенность
- $c(x, t)$ — концентрация полимера в воде
- $a(c)$ — слагаемое, отвечающее за адсорбцию полимера
- $f(s, c)$ — функция Баклея-Левверетта (fractional flow function)

Из общей теории гиперболических систем получаем, что решение есть комбинация бегущих волн и волн разряжения. Мы научимся рисовать фазовые портреты (рис.1А) и явные решения, им соответствующие (рис.1Б).

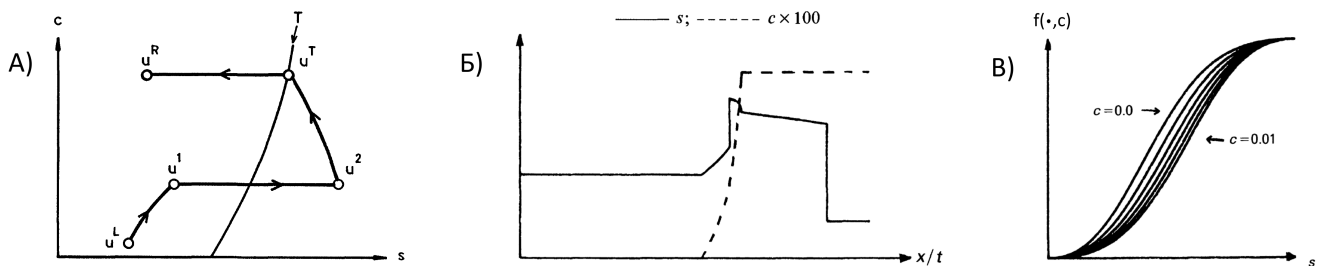


Рис. 1: А) схематическое решение в фазовой плоскости (s, c) . Б) явное решение как функция от x/t . В) типичный график функции Баклея-Левверетта $f(s, c)$ при $c = 0, \dots, 0.01$

Список литературы

- [1] Johansen, T. and Winther, R., 1988. The solution of the Riemann problem for a hyperbolic system of conservation laws modeling polymer flooding. SIAM journal on mathematical analysis, 19(3), pp.541-566.