Семинар «Динамические системы»

12 июня (пятница) 19:00, zoom ID 948-3534-5489

Ю.С. Белов (СПбГУ)

«Анализ Габора для рациональных функций и динамические системы»

Пусть g фиксированная функция, квадратично-суммируемая на вещественной оси. Частотно-временным сдвигом функции g называется композиция сдвига и модуляции g
$$g_{t,\omega}(x):=e^{2\pi\omega x}g(x-t).$$
Анализ Габора занимается исследованием свойств систем частотно-временных сдвигов фиксированной функции g в пространстве $L^2(\mathbb{R})$,
$G_\Lambda:=\{g_{t,\omega}\}_{(t,\omega)\in\Lambda}$ (Λ — дискретное подмножество R^2).
Один из основных вопросов анализа Габора — для каких прямоугольных решеток $\Lambda_{\alpha,\beta}=\alpha\mathbb{Z}\times\beta\mathbb{Z}$ система G_Λ — фрейм? (То есть
любая функция f восстанавливается с контролем нормы по набору скалярных измерений (f,g_{t,\omega})_2.)

Довольно долго ответ был известен лишь для конечного набора функций (с точностью до сдвига, растяжения, модуляции и преобразования Фурье).
В 2011 г. К. Грохениг и И. Стоклер сумели предъявить бесконечный набор функций, для которых известен полный ответ (тотально положительные функции конечного типа).

Для каждого нового результата такого рода требовалась новая техника или подход.

Нам удалось предъявить еще один класс функций, для которых ответ известен полностью (рациональные функции класса Герглотца). При этом доказательство (в частности) использует свойства некоторых конечномерных дискретных динамических систем. Точнее удается показать устойчивость динсистемы $x_{n+1}=A_n x_n, n>0$, где x_n --- N-мерный вектор, а A_n — матрица $N*N$, квазипериодически зависящая от n. Вообще говоря, из (равномерной) оценки спектрального радиуса матриц A_n это не следует, но нам удается воспользоваться конкретным видом системы.

Доклад основан на совместной работе с Ю. Любарским (СПбГУ) и А. Куликовым (Норвежский институт науки и технологии).

Приглашаются все желающие!