# Занятие 5. Дифференцирование функций нескольких переменных.

10 марта 2021 г.

## Старые задачи

1. Найдите площадь фигуры, зажатой между параболами $y = x^2$ и $x = y^2$.

2. Найдите площадь арки циклоиды.

## Новые задачи

3. Дана функция $f(x, y)$. Определите, есть ли у неё частные производные; производные по направлениям; дифференциал в точке $(0, 0)$ и в случае наличия вычислите.

- $f(x, y) = xy$;
- $f(x, y, z) = (x + 1)^{(y+1)^{z+1}}$;
- $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$;
- $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$;
- $f(x, y) = e^{-1/(x^2+y^2)}$ при $(x, y) \neq (0, 0)$ (и $f(0, 0) = 0$).

4. Пусть $f$ — непрерывно-дифференцируемая функция своих аргументов. Вычислите дифференциал следующих функций

- $f(t, t^2, t^3)$, где $t \in \mathbb{R}$;
- $f(x^2 + y^2 + z^2)$ где $x, y, z \in \mathbb{R}$;
- $f(x^2 + y^2, x^2 - y^2, xy)$, где $x, y \in \mathbb{R}$.

5. Дана непрерывно дифференцируемая функция $u(x_1, x_2, x_3)$. Выразите через её частные производные производную

$$\frac{d}{dt} u(t + t^2, 1/t, e^t).$$

6. Дана непрерывно дифференцируемая в области $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ функция $f(x_1, \ldots, x_n)$. Докажите, что дифферецниальное уравнение $\sum x_i \partial f/\partial x_i = p \cdot f$ равносильно положительной однородности порядка $p$: $f(tx_1, \ldots, tx_n) = t^p f(x_1, \ldots, x_n)$ при $t > 0$.