Занятие 7. Дифференцирование функций нескольких переменных.

24 марта 2021 г.

Старые задачи

1. Пусть f — непрерывно-дифференцируемая функция своих аргументов. Вычислите дифференциал следующих функций

- $f(x^2 + y^2, x^2 - y^2, xy)$, где $x, y \in \mathbb{R}$.

Новые задачи

2. Дана непрерывно дифференцируемая в области $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ функция $f(x_1, \ldots, x_n)$. Докажите, что диффереціниальное уравнение $\sum x_i \partial f / \partial x_i = p \cdot f$ равносильно положительной однородности порядка p: $f(tx_1, \ldots, tx_n) = t^p f(x_1, \ldots, x_n)$ при $t > 0$.

3. Исследуйте следующие функции на экстремумы:

   1. $u = x^3 + 3xy^2 - 39x - 36y + 26$;
   2. $u = x^2 + y^2 + (z+1)^2 - xy + x$;
   3. $u = \frac{256}{x} + \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + z^2$;
   4. $f(x, y) = x^2 y^2 (x^2 + y^2 - 3) + 1$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции f на заданном множестве

   1. $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1, 0 \le x \le 2, |y| \le 1$;
   2. $f(x, y) = (x + y)e^{xy}, -2 \le x + y \le 1$;
   3. $f(x, y) = \sin x + \sin y - \sin(x + y), x + y \le 2\pi, x \ge 0, y \ge 0$;
   4. $f(x, y) = y^4 - x^4, x^2 + y^2 \le 9$.