

Занятие 1. Определенные интегралы: напоминание, несобственные интегралы и асимптотики сумм

11 февраля 2021 г.

Новые задачи

1. Посчитайте интегралы

$$1. \int_1^3 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx;$$

$$2. \int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx;$$

$$3. \int_0^e \sin \log x dx;$$

$$4. \int_0^{\pi} \log(\sin x) dx.$$

2. Сходятся ли абсолютно следующие несобственные интегралы (в зависимости от значения параметра)? Если расходятся абсолютно — то сходятся ли?

$$1. \int_1^{\infty} x^{\alpha} dx;$$

$$2. \int_0^1 x^{\alpha} dx;$$

$$3. \int_0^{\infty} \frac{1}{(30+x) \log^{\beta}(239+x^2)} dx;$$

$$4. \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x^{\alpha}} dx;$$

$$5. \int_0^{\infty} \cos x^2 dx \text{ (придумайте два разных решения в этом или в предыдущем пункте).}$$

3. Вычислите первый член асимптотики последовательности $\{a_n\}_n$, заданной формулой

$$1. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right);$$

$$2. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^4} + \frac{\sqrt{2}}{n^4} + \frac{\sqrt{3}}{n^4} \dots + \frac{\sqrt{4n-1}}{n^4} \right)$$

$$3. a_n = \sum_{k=0}^n \cos \sqrt{\frac{k}{n}};$$

$$4. a_n = \sum_{k=0}^{n^2} e^{-\left(\frac{k}{n}\right)^2}.$$