

# Занятие 2. Равномерная сходимость revised

18 февраля 2021 г.

## Старые задачи

1. Сходятся ли абсолютно следующие несобственные интегралы (в зависимости от значения параметра)? Если расходятся абсолютно — то сходятся ли?

1.  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha} dx;$

2.  $\int_0^{\infty} \cos x^2 dx$  (придумайте два разных решения в этом или в предыдущем пункте).

2. Вычислите первый член асимптотики последовательности  $\{a_n\}_n$ , заданной формулой

1.  $a_n = \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}\right);$

2.  $a_n = \left(\frac{1}{n^4} + \frac{\sqrt{2}}{n^4} + \frac{\sqrt{3}}{n^4} \dots + \frac{\sqrt{4n-1}}{n^4}\right)$

3.  $a_n = \sum_{k=0}^n \cos \sqrt{\frac{k}{n}};$

4.  $a_n = \sum_{k=0}^{n^2} e^{-\left(\frac{k}{n}\right)^2}.$

## Новые задачи

3. Изучите область сходимости параметрических интегралов. На каких частях области сходимости равномерна по параметру?

1.  $\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x}}{1+x^2} dx;$

2.  $\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{x+a} dx;$

3.  $\int_0^2 |\ln x|^p dx.$

4. Пусть  $\lambda_n \rightarrow 0$ . Сходится ли ряд  $\sum_n \lambda_n e^{-|x-n|}$  равномерно на всём множестве  $\mathbb{R}$ ?

5. Вычислите длину кривой  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ ,  $x, y > 0$ .

6. Вычислите длину дуги стандартной параболы  $y = x^2$ .