

# Занятие 3. Равномерная сходимость revised

24 февраля 2021 г.

## Старые задачи

1. Вычислите первый член асимптотики последовательности  $\{a_n\}_n$ , заданной формулой

1.  $a_n = \sum_{k=0}^n \cos \sqrt{\frac{k}{n}};$

2.  $a_n = \sum_{k=0}^{n^2} e^{-\left(\frac{k}{n}\right)^2}.$

2. Изучите область сходимости параметрических интегралов. На каких частях области сходимости равномерна по параметру?

1.  $\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x}}{1+x^2} dx;$

2.  $\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{x+a} dx;$

3.  $\int_0^2 |\ln x|^p dx.$

## Новые задачи

3. Пусть  $\lambda_n \rightarrow 0$ . Сходится ли ряд  $\sum_n \lambda_n e^{-|x-n|}$  равномерно на всём множестве  $\mathbb{R}$ ?

4. Вычислите длину кривой  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ ,  $x, y > 0$ .

5. Вычислите длину дуги стандартной параболы  $y = x^2$ .

6. Окружность радиуса  $r$  катится по прямой без скольжения. Точка, закреплённая на окружности, при этом движется по кривой, называемой циклоидой. Найдите длину арки циклоиды.

7. Найдите площадь фигуры, зажатой между параболой  $y = x^2$  и  $x = y^2$ .

8. Найдите площадь арки циклоиды.