

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Неассоциативные алгебры  
Non-Associative Algebras

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 045545

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о неассоциативных алгебрах, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории неассоциативных алгебр.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Посещение курса «Алгебры Ли».

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: альтернативные алгебры, йордановы алгебры, структурируемые алгебры.

### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

практические занятия 30 часов, промежуточная аттестация (зачет) 2 часа

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																	
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)		
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																	
<b>очная форма обучения</b>																	
Семестр 6-8		30						2				34		6		32	2
		10-25						2-50				1-1		1-1			
ИТОГО		30						2				34		6		32	2

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>						
<b>очная форма обучения</b>						
Семестр 6-8			зачёт	по графику промежуточной аттестации		

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 6-8

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Альтернативные алгебры	Лекции	
		семинары	8
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	9
2	Йордановы алгебры	Лекции	
		семинары	12
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	14
3	Структурируемые алгебры	Лекции	
		Семинары	10
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	11
4	Зачет	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	6

### Раздел 1. Альтернативные алгебры

1. Определение альтернативной алгебры. Теорема Артина. Композиционные алгебры.
2. Конструкция Кэли–Диксона. Октавы и октонионы. Матрицы Цорна.
3. Теорема Гурвица о композиционных алгебрах. Формулировка теоремы Клейнфельда о простых альтернативных алгебрах.
4. Конструкция  $\mathfrak{g}_2$  как алгебры Ли дифференцирований алгебры октонионов.

### Раздел 2. Йордановы алгебры

1. Определение йордановой алгебры. Классические примеры. Алгебра Альберта.
2. U-операторы и квадратичные йордановы алгебры. Спин-фактор. Кубический фактор.
3. Идемпотенты. Разложение Пирса.
4. Координатизация йордановой алгебры.
5. Классические результаты о классификации йордановых алгебр. Формулировка теоремы Зельманова о простых йордановых алгебрах.
6. Конструкция  $\mathfrak{f}_4$  как алгебры Ли дифференцирований алгебры Альберта.

### Раздел 3. Структурируемые алгебры

1. Определение структурируемой алгебры. Примеры: ассоциативные алгебры с инволюцией, йордановы алгебры, альтернативные алгебры, тензорное произведение композиционных алгебр, структурируемая алгебра, построенная по эрмитовой форме.
2. Алгебра Брауна. Алгебра Смирнова. Классификация Эллисона–Смирнова (без доказательства).
3. Конструкция Титса–Кантора–Кехера. Связь с изотропными простыми алгебрами Ли.
4. Конструкция линейной и унитарной алгебры Ли Стейнберга. Вывод аксиом альтернативной и структурируемой алгебры.
5. Конструкция алгебр Ли  $e_6$  и  $e_7$  в терминах алгебры Брауна.

### Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

#### 3.1. Методическое обеспечение

##### 3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение семинарских занятий

##### 3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

##### 3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Зачет проводится в устной форме. Для получения зачета студент должен сделать доклад на семинаре. Преподаватель задает вопросы по теме доклада, а также дополнительные вопросы по другим темам, изложенным в курсе.

##### 3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Период обучения (модуль): Семестр 6

Темы докладов на семинаре:

1. Определение альтернативной алгебры. Теорема Артина. Композиционные алгебры.
2. Конструкция Кэли–Диксона. Октавы и октонионы. Матрицы Цорна.
3. Теорема Гурвица о композиционных алгебрах. Формулировка теоремы Клейнфельда о простых альтернативных алгебрах.
4. Конструкция  $g_2$  как алгебры Ли дифференцирований алгебры октонионов.
5. Определение йордановой алгебры. Классические примеры. Алгебра Альберта.

6. U-операторы и квадратичные йордановы алгебры. Спин-фактор. Кубический фактор.
7. Идемпотенты. Разложение Пирса.
8. Координатизация йордановой алгебры.
9. Классические результаты о классификации йордановых алгебр. Формулировка теоремы Зельманова о простых йордановых алгебрах.
10. Конструкция  $\mathfrak{f}_4$  как алгебры Ли дифференцирований алгебры Альберта.
11. Определение структурируемой алгебры. Примеры: ассоциативные алгебры с инволюцией, йордановы алгебры, альтернативные алгебры, тензорное произведение композиционных алгебр, структурируемая алгебра, построенная по эрмитовой форме.
12. Алгебра Брауна. Алгебра Смирнова. Классификация Эллисона–Смирнова (без доказательства).
13. Конструкция Титса–Кантора–Кехера. Связь с изотропными простыми алгебрами Ли.
14. Конструкция линейной и унитарной алгебры Ли Стейнберга. Вывод аксиом альтернативной и структурируемой алгебры.
15. Конструкция алгебр Ли  $e_6$  и  $e_7$  в терминах алгебры Брауна.

### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

#### **3.2. Кадровое обеспечение**

##### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

##### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

#### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

##### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

##### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

##### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

## **3.4 Информационное обеспечение**

### **3.4.1 Список обязательной литературы**

1. K. McCrimmon, “Alternative algebras”,  
<https://mysite.science.uottawa.ca/neher/Papers/alternative/>

### **3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. К.А. Жевлаков, А.М. Слинко, И.П. Шестаков, А.И. Ширшов «Кольца, близкие к ассоциативным», М.: Наука, 1978.

### **3.4.3 Перечень иных информационных источников**

не предусмотрен

## **Раздел 4. Разработчики программы**

Петров Виктор Александрович, кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник  
ПОМИ РАН, victorapetrov@gmail.com