

Занятие 6. Формула замены переменных

12 октября 2021 г.

Старые задачи

1. Вычислите $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$, где

a) $f(x, y, z) = y$, Ω — область, заданная неравенствами $|x| \leq z$, $0 \leq z \leq 1$, $z \leq y$, $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

2. Вычислите объём единичного шара в \mathbb{R}^d .

Новые задачи

3. Вычислите интегралы, перейдя к полярным координатам

a) $\int_{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25} \frac{dx dy}{x^2 + y^2 - 1}$;

b) $\int_{\mathbb{R}^2} e^{-bx^2 - by^2 + iax^2 + iay^2} (b > 0)$;

c) $\int_{\Omega} y^2 e^{x^2 + y^2} dx dy$, где $\Omega = \{x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$;

d) $\int_{\Omega} xyz dx dy dz$, где $\Omega = \{x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

4. Вычислите $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$, где

a) $f(x, y, z) = xy^2z^3$, Ω — область, ограниченная поверхностями $z = xy$, $y = x$, $x = 1$, $z = 0$;

b) $f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$, Ω — множество, где $f(x, y, z) \leq 1$.