

Занятие 13. Интегралы второго рода по поверхностям

16.11.21

Старые задачи

Интегралы по кривым и поверхностные интегралы

1. Вычислите интеграл $\int_{\Gamma} F(s) d\mathcal{H}_2(s)$, где

(a) Γ — единичная сфера в \mathbb{R}^3 и $F(x, y, z) = (x^2 + y^2 + (z - 2)^2)^{-\frac{1}{2}}$;

(b) Γ — граница тетраэдра $x + y + z \leq 1, x, y, z \geq 0$, $F(x, y, z) = (1 + x + y + z)^{-2}$.

2. Найдите центр масс кардиоиды, кривой на плоскости, задаваемой уравнением $r = a(1 + \cos \varphi)$ в полярных координатах.

Новые задачи: интегралы второго рода по поверхностям

1. Вычислите поверхностные интегралы второго рода

- $\int_S x^2 y^2 z dx dy$, где S — внешняя сторона полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$;
- $\int_S x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$, где S — внешняя сторона сферы $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$;
- $\int_S (2x^2 + y^2 + z^2) dydz$, где S — внешняя сторона боковой поверхности $\sqrt{y^2 + z^2} \leq x \leq H$;
- $\int_S x dydz + y dx dz + z dx dy$, где S — внешняя сторона поверхности $z = x^2 - y^2, |y| \leq x \leq a$.
- $\int_S x^2 dydz + y^2 dx dz + z^2 dx dy$, где S — внешняя сторона параллелепипеда $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c$.