

# Занятие 05. Вычисление интегралов

15.03.22

## Старые задачи

Вычислите интегралы:

1.  $\int_{\partial\Omega} \frac{\sin z}{(z+1)^3} dz$ , где  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 10\}$ .
2.  $\int_{\partial\Omega} z \cos\left(\frac{z}{z+1}\right) dz$ , где  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 2\}$ ;

## Новые задачи

1. **[Лемма Жордана.]** Пусть  $g$  — непрерывная в верхней полуплоскости функция, такая что  $g(z) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \infty$ . Докажите, что

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\substack{|z|=R \\ \Im z > 0}} g(z) e^{iz} dz = 0.$$

2. Вычислите интегралы:

- a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4+1}$ ,
- b)  $\int_{\mathbb{R}} \frac{e^{iax} dx}{x^4+1}$
- b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x(x^2+1)} dx$ .

3. Вычислите интегралы (внимание, возможно появление полувывчетов!)

- (a)  $\int_{\mathbb{R}} \frac{\sin x dx}{x}$ ;
- (b)  $\text{vp} \int_{\mathbb{R}} \frac{e^{iax} dx}{x-b}$ ;
- (c)  $\int_{\mathbb{R}} \frac{\sin x-x}{x^3} dx$ ;
- (d)  $\text{vp} \int_{\mathbb{R}} \frac{dx}{x-\zeta}$ , при  $\zeta \in \mathbb{C}$ .