

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Квадратичные формы  
Quadratic Forms

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы:

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о квадратичных формах в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории квадратичных форм.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Алгебра» или «Высшая алгебра».

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: билинейные формы и кольцо Витта, квадратичные формы, формы над полем рациональных функций.

### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

практические занятия 30 часов, промежуточная аттестация (зачет) 2 часа

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																	
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)		
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																	
<b>очная форма обучения</b>																	
Семестр 5		30						2				34		6		32	2
		10-25						2-50				1-1		1-1			
ИТОГО		30						2				34		6		32	2

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации							
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)		
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки	
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>							
<b>очная форма обучения</b>							
Семестр 5			Зачёт	по графику промежуточной аттестации			

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 5

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Билинейные формы и кольцо Витта	Лекции	
		семинары	10
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	11
2	Квадратичные формы	Лекции	
		семинары	10
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	12
3	Формы над полем рациональных функций	Лекции	
		семинары	10
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	11
4	Зачет	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	6

### Раздел 1. Билинейные формы и кольцо Витта

1. Определение билинейных форм. Метаболические формы. Теорема Витта о разложении и сокращении.
2. Определение колец Витта и Гротендика–Витта. Цепная эквивалентность.
3. Задание колец Витта и Гротендика–Витта образующими и соотношениями.
4. Инварианты Штифеля–Уитни.
5. Билинейные формы Пфистера.

### Раздел 2. Квадратичные формы

1. Определение квадратичных форм. Аналог теоремы Лагранжа в характеристике 2.
2. Теорема Витта о продолжении и ее следствия.
3. Квадратичные формы Пфистера.
4. Алгебра Клиффорда.
5. Дискриминант и инвариант Клиффорда. Когомологические инварианты и формулировка гипотезы Милнора.

### Раздел 3. Формы над полем рациональных функций

1. Теорема Кассельса–Пфистера.
2. Теорема Спрингера.
3. Квадратичные формы над кольцами дискретного нормирования. Вычеты квадратичной формы.
4. Норменные принципы.
5. Кольцо Витта поля рациональных функций.

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение семинарских занятий

##### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

##### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Зачет проводится в устной форме. Для получения зачета студент должен сделать доклад на семинаре. Преподаватель задает вопросы по теме доклада, а также дополнительные вопросы по другим темам, изложенным в курсе.

##### **3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 5**

Темы докладов на семинаре:

#### **Раздел 1. Билинейные формы и кольцо Витта**

1. Определение билинейных форм. Метаболические формы. Теорема Витта о разложении и сокращении.
2. Определение колец Витта и Гротендика–Витта. Цепная эквивалентность.
3. Задание колец Витта и Гротендика–Витта образующими и соотношениями.
4. Инварианты Штифеля–Уитни.
5. Билинейные формы Пфистера.
6. Определение квадратичных форм. Аналог теоремы Лагранжа в характеристике 2.
7. Теорема Витта о продолжении и ее следствия.

8. Квадратичные формы Пфистера.
9. Алгебра Клиффорда.
10. Дискриминант и инвариант Клиффорда. Когомологические инварианты и формулировка гипотезы Милнора.
11. Теорема Кассельса–Пфистера.
12. Теорема Спрингера.
13. Квадратичные формы над кольцами дискретного нормирования. Вычеты квадратичной формы.
14. Норменные принципы.
15. Кольцо Витта поля рациональных функций.

### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

#### **3.2. Кадровое обеспечение**

##### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

##### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

#### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

##### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

##### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

##### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

##### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

### **3.4. Информационное обеспечение**

#### **3.4.1 Список обязательной литературы**

1. R. Elman, N. Karpenko, A. Merkurjev, “The algebraic and geometric theory of quadratic forms”, <https://sites.ualberta.ca/~karpenko/publ/Книга.pdf>

#### **3.4.2 Список дополнительной литературы**

#### **3.4.3 Перечень иных информационных источников**

не предусмотрен

## **Раздел 4. Разработчики программы**

Лузгарев Александр Юрьевич, кандидат физ.-мат. наук, доцент СПбГУ

Петров Виктор Александрович, кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник  
ПОМИ РАН, victorapetrov@gmail.com