

Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Гомологическая алгебра (осн курс), тр 6 сем
Homological Algebra

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 4

Регистрационный номер рабочей программы: 045393

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Сообщение сведений о гомологической алгебре в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов гомологической алгебры.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Владение курсом «Алгебра» или «Высшая алгебра».

1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: категория комплексов, производная категория, спектральные последовательности; уяснить логику и технику построения математической теории как фундамента самостоятельных научных исследований

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа, семинары 30 часов.

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																	
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)		
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																	
очная форма обучения																	
Семестр 6	30	30	2					2				48		32		34	4
	2-50	2-25	2-50					2-50				1-1		1-1			
ИТОГО	30	30	2					2				48		32		34	4

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации							
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)		
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки	
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ							
очная форма обучения							
Семестр 6			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации			

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 6

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Категория комплексов	Лекции	8
		семинары	18
		в присутствии преподавателя по методическим материалам	14
2	Производная категория	Лекции	14
		семинары	8
		в присутствии преподавателя по методическим материалам	22
3	Спектральные последовательности	Лекции	8
		семинары	4
		в присутствии преподавателя по методическим материалам	12
4	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	32

Раздел 1: Категория комплексов

1. Коцепные комплексы и коцепные отображения. Конструкция гомотопической категории комплексов. Когомологии комплексов.
2. Конус и цилиндр коцепного отображения. Длинная точная когомологическая последовательность.
3. Квазиизоморфизмы и ациклические комплексы. Резольвенты комплексов; теоремы сравнения для резольвент.
4. Бикомплексы. Теорема о когомологиях тотализации “почти-ациклического” бикомплекса; приложение к функторам Ext^n .

Раздел 2: Производная категория

1. Триангулированные категории, простейшие следствия аксиом триангулированной категории.
2. Структура триангулированной категории на гомотопической категории комплексов.
3. Локализация триангулированных категории. Насыщенные триангулированные подкатегории.
4. Производная категория как локализация гомотопической категории.
5. Группы морфизмов в производной категории и группы $\text{Ext}^n(A, C)$. Произведение Йонеды и композиция морфизмов в производной категории.

6. AR -треугольники.

7. Определение и конструкция производных функторов.

Раздел 3: Спектральные последовательности

1. Понятие спектральной последовательности.

2. Спектральная последовательность фильтрованного комплекса.

3. Спектральная последовательность бикомплекса.

4. Спектральная последовательность Хохшильда–Серра.

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций и семинаров

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Период обучения (модуль): **Семестр 6**

Список вопросов к экзамену:

1. Прямые суммы и прямые произведения в категории модулей.
2. Универсальные и коуниверсальные квадраты. Лемма о двух квадратах.
3. Построение группы расширений $\text{Ext}^1(A, C)$.
4. Теорема о точной Ext-последовательности.
5. Проективная и инъективная размерности модуля.
6. Глобальная размерность кольца. Наследственные кольца.

7. Конус и цилиндр цепного отображения.
8. Длинная кохомологическая последовательность, индуцированная цепным отображением.
9. Длинная кохомологическая последовательность, индуцированная короткой точной последовательностью комплексов.
10. Следствия теоремы о длинной кохомологической последовательности: 3×3 -лемма, лемма о змее.
11. Построение инъективной резольвенты ограниченного снизу комплекса.
12. Теоремы сравнения для резольвент.
13. Теорема о кохомологиях тотализации “почти-ациклического” бикомплекса; приложение к функторам Ext^n .
14. Понятие триангулированной категории, простейшие свойства.
15. Структура триангулированной категории на гомотопической категории.
16. Локализация триангулированных категорий.
17. Насыщенные триангулированные подкатегории, критерий Рикарда.
18. Структура производной категории.
19. AR -треугольники над алгебрами конечной глобальной размерности.
20. Определение и конструкция производных функторов.
21. Спектральная последовательность фильтрованного комплекса.
22. Спектральная последовательность бикомплекса.
23. Спектральная последовательность Хохшильда–Серра.

Темы докладов на семинаре:

1. Построение группы расширений $\text{Ext}^1(A, C)$.
2. Произведение расширений по Йонедэ. Функтор Ext .
3. Проективные и инъективные резольвенты.
4. Теорема о точной Ext -последовательности. Аксиоматическое описание функтора Ext .
5. Расширения групп.
6. Системы факторов.
7. Кохомологии циклических и свободных групп.
8. Препятствия для расширений.
9. Теорема Шура–Цассенхауза.

10. Периодическое произведение модулей.
11. Тензорное произведение комплексов.
12. Формула Кюннета.
13. Формула универсальных коэффициентов.
14. Спектральная последовательность Кюннета.
15. Спектральные последовательности в алгебраической топологии (обзор).

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

не требуется

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

1. С.И. Гельфанд, Ю.И. Манин. Методы гомологической алгебры, т.1. – М.: Наука, 1988.
2. А. Картан, С. Эйленберг. Гомологическая алгебра. – М.: ИЛ, 1960.
3. С. Маклейн. Гомология. – М.: Мир, 1966.

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Н. Бурбаки. Гомологическая алгебра. – М.: Мир, 1987.

3.4.3 Перечень иных информационных источников

Раздел 4. Разработчики программы

Генералов Александр Иванович, доктор физ.-мат. наук, профессор СПбГУ;
Петров Виктор Александрович, кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник
ПОМИ РАН, victorapetrov@gmail.com