

Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Гармонический анализ (осн курс), тр 6 сем
Harmonic analysis

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 4

Регистрационный номер рабочей программы: 045373

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Сообщение сведений о теории целых функций, необходимых для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов гармонического анализа.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Владение курсом «Математический анализ».

1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: сингулярные интегральные операторы, весовые оценки.

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа.

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																			
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа			СР	КТИ	ВН	ДР	ЕИМ
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)					
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																			
очная форма обучения																			
Семестр 6	30	30	2					2				48		32		34	4		
	2-50	2-50	2-50					2-50				1-1		1-1					
ИТОГО	30	30	2					2				48		32		34	4		

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ						
очная форма обучения						
Семестр 5			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации		

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 6

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Сингулярные интегральные операторы	Лекции	22
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	18
2	Весовые оценки	Лекции	8
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	14
4	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	28

Раздел 1: Сингулярные интегральные операторы

1. Оператор гармонического сопряжения на окружности и преобразование Гильберта на прямой. Лемма о восходящем солнце, слабый тип $(1,1)$ для преобразования Гильберта. Ограниченность преобразования Гильберта в L^p , $1 < p < \infty$.
2. Общее определение сингулярного интегрального оператора, ядро, стандартные условия на ядро. Примеры ядер (ядра с условиями сокращения, однородные ядра, вычисление преобразования Фурье).
3. Разложение Кальдерона-Зигмунда, слабый тип $(1,1)$, L^p -теория.
4. Максимальный оператор, связанный с сингулярным интегралом, неравенство Котляра и его следствия.
5. Общая теория мультипликаторов Фурье.
6. Теорема Михлина-Хермандера о мультипликаторах (в форме: всякий мультипликатор, удовлетворяющий ее условию – сингулярный интегральный оператор, если этот термин правильно понимать). Приложение: оценки в L^p одних дифференциальных выражений через другие.
7. Векторнозначные аналоги. Разложение Литлвуда-Пэли: доказательство с помощью векторных сингулярных интегралов.
8. Разложение Литлвуда-Пэли: классическое доказательство
9. Класс ВМО и атомическое пространство H^1 , их двойственность.
10. Непрерывность сингулярных интегральных операторов из L^∞ в ВМО и из $L^1_{\text{ат}}$ в L^1 . Метрические пространства однородного типа – естественная область для теории СИО.

11. Неравенство Кампанато-Мейерса и пространства гладких функций; максимальная функция Фейффермана-Стейна и максимальные функции Кальдерона-де Воре-Шарпли.

Раздел 2: Весовые оценки

1. Поточечные оценки максимальных функций от сингулярных интегралов. Ограниченность сингулярных интегральных операторов в ВМО и пространствах гладких функций. Функции класса Картрайт.
2. Весовые оценки для максимальной функции Харди-Литлвуда, условие Макенхаупта.
3. Весовые оценки для сингулярных интегральных операторов.
4. Весовые оценки преобразования Гильберта

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Период обучения (модуль): **Семестр 6**

Список вопросов к экзамену:

1. Лемма о восходящем солнце
2. Ядро сингулярного оператора. Примеры.
3. Разложение Кальдерона-Зигмунда.
4. Максимальный оператор. Неравенство Котляра.
5. Мультипликаторы Фурье.
6. Теорема Михлина-Хермандера.
7. Разложение Литтлвуда-Пэли.
8. Класс ВМО и атомическое пространство.
9. Метрические пространства однородного типа.
10. Неравенства Кампанато-Мейерса.
11. Функция Феффермана-Стейна.
12. Ограниченность сингулярных интегральных операторов в ВМО.
13. Весовые оценки максимальной функции.
14. Весовые оценки сингулярных интегральных операторов.
15. Весовые оценки преобразования Гильберта.

Темы для докладов на семинаре

1. Теорема Кальдерона.
2. Гармонические векторные поля.
3. Ограниченность некасательной максимальной функции.
4. Вещественные классы Харди.
5. Атомное разложение.
6. Ограниченность операторов в пространствах Харди.
7. Пространство ВМО и карлесоновы меры.
8. Интеграл Коши по липшицевой кривой.
9. T1-теорема.
10. Tb-теорема.
11. Теорема Давида.

12. T1-теорема без условия удвоения.
13. Аналитическая емкость.
14. Аналитическая емкость вещественный подход.
15. Емкостные неравенства.

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

не требуется

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. И. Стейн, Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций, М., Мир, 1973

2. E. Stein, *Harmonic Analysis: Real-variable Methods, Orthogonality and Oscillatory Integrals*. Princeton University Press, 1993.

3.4.3 Перечень иных информационных источников

Раздел 4. Разработчики программы

Кисляков Сергей Владимирович, академик РАН, профессор, директор ПОМИ РАН,
skis@pdmi.ras.ru