

Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

“Вероятностные распределения и их характеристики”

Probability distributions and their characterizations

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: XXXXX

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Знакомство с основными вероятностными распределениями, встречающимися в теории вероятностей и в задачах математической статистики, и различными взаимоотношениями между этими распределениями. Получение сведений о ряде характеристических соотношений, определяющих то или иное распределение случайных величин.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Курс "Теория вероятностей" (семестр 5).

1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

В процессе обучения слушатель должен освоить теоретический материал, предусмотренный программой, познакомиться с классическими вероятностными распределениями, а также с рядом менее распространенных, но встречающихся при решении тех или иных вероятностных задач, одномерных и многомерных распределений случайных величин. Большое внимание будет уделено упорядоченным случайным величинам, представляющим собой порядковые статистики. Слушатель познакомится с предельными распределениями средних и крайних членов вариационных рядов. Прикладное значение ряда вероятностных распределений будет продемонстрировано на примере некоторых систем массового обслуживания. Обучающийся должен также оценить важность представленных в курсе лекций характеристических теорем, знакомящих со специфическими свойствами, присущими только тому или иному конкретному семейству случайных величин. В ходе обучения и во время экзамена слушатель должен также продемонстрировать умение применять полученную им информацию при решении различных теоретических и прикладных задач.

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа.

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																		
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем												Самостоятельная работа			Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость	
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллективные работы	текстовый контроль	проектная деятельность	итоговая аттестация	подготовка преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методов материальной	текстовый контроль (сам. раб.)	промежуточная аттестация (сам. раб.)			итоговая аттестация (сам. раб.)
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																		
очная форма обучения																		
Семестр 6	32		2						2				44		28		4	3
	2-50		2-50						2-50				1-1		1-1			
ИТОГО	32		2						2				44		28		4	3

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ						
очная форма обучения						
Семестр 6			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации		

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 6

№ п/ п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Основные типы одномерных вероятностных распределений	Лекции	6
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	8
2	Многомерные случайные величины и их моментные характеристики	Лекции	4
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	8
3	Порядковые статистики и их распределения	Лекции	10
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	10
4	Вероятностные распределения и системы массового обслуживания	Лекции	4
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	8
5	Характеристики вероятностных распределений свойствами случайных величин	Лекции	8
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	10
6	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	28

Раздел 1: Основные типы одномерных вероятностных распределений

1. Три типа вероятностных распределений (дискретные, абсолютно непрерывные, сингулярные)
2. Дискретные распределения. Классические семейства дискретных случайных величин
3. Моментные характеристики дискретных случайных величин

4. Классические семейства абсолютно непрерывных случайных величин
5. Моментные характеристики абсолютно непрерывных случайных величин
6. Семейство экспоненциальных случайных величин
7. Свойство отсутствия последствия геометрически и экспоненциально распределенных случайных величин
8. Переход от экспоненциальных к Гамма -распределенным случайным величинам
9. Равномерное распределение и преобразование Смирнова
10. Центральная предельная теорема и семейство нормальных распределений
11. Устойчивые распределения на примере распределений Коши и нормального

Раздел 2: Многомерные случайные величины и их моментные характеристики

1. Биномиальное распределение в схеме Бернулли как пример двумерного распределения зависимых случайных величин
2. Полиномиальное распределение, представляющее многомерный аналог биномиального
3. Случайные векторы и их моментные характеристики
4. Многомерное нормальное распределение и его моментные характеристики
5. Многомерные случайные величины и свертки одномерных распределений

Раздел 3: Порядковые статистики и их распределения

1. Вариационные ряды в математической статистике
2. Порядковые статистики - элементы вариационного ряда
3. Совместные распределения порядковых статистик
4. Моментные характеристики порядковых статистик
5. Бета-распределение в теории порядковых статистик и его моменты
6. Представление экспоненциальных порядковых статистик в виде сумм независимых экспоненциально распределенных случайных величин
7. Представления равномерных порядковых статистик в виде сумм и произведений независимых случайных величин
8. Преобразование Смирнова для членов вариационного ряда
9. Предельные распределения выборочной медианы
10. Предельные распределения выборочных квантилей
11. Условные распределения порядковых статистик
12. Условная независимость отрезков вариационного ряда
13. Три классических типа асимптотических распределений максимальных и минимальных порядковых статистик
14. Предельные распределения k -х порядковых статистик

Раздел 4: Вероятностные распределения и системы массового обслуживания

1. Основные элементы систем массового обслуживания
2. Классификация систем массового обслуживания
3. Экспоненциальные времена ожидания прихода требований
4. Экспоненциальные времена обслуживания
5. Гамма – распределение в системах массового обслуживания

Раздел 5: Характеризации вероятностных распределений свойствами случайных величин

1. Характеризационные теоремы в теории вероятностей
2. Характеризации нормального распределения
3. Характеризации распределений свойством постоянства регрессии одной линейной статистики на другую
4. Характеризации геометрических и экспоненциальных распределений свойством отсутствия последствия
5. Характеризация экспоненциального распределения свойством минимальной порядковой статистики
6. Характеризация t -2 распределения Стьюдента равенством по распределению выборочной середины размаха и выборочной медианы

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций и консультаций

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, а также предлагает, как правило, решить ту или иную задачу, относящуюся к материалу курса.

Критерии выставления оценок:

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал, точные ответы на дополнительные вопросы преподавателя и правильное решение экзаменуемым предложенной задачи.

Оценка «хорошо» ставится за достаточно полно изложенный теоретический материал билета при наличии ряда неточностей в ответе, а также в случае некоторых проблем при решении предложенной задачи.

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Период обучения (модуль): Семестр 6

Список вопросов к экзамену:

- 1) Основные типы вероятностных распределений
- 2) Примеры дискретно распределенных случайных величин и их моментных характеристик
- 3) Примеры абсолютно непрерывных распределений случайных величин и моментные характеристики этих величин
- 4) Семейство экспоненциальных величин и свойство отсутствия последействия
- 5) Соотношения между экспоненциальными и Гамма-распределенными случайными величинами
- 6) Преобразование Смирнова и другие полезные взаимоотношения между распределениями
- 7) Устойчивые распределения на примере распределений Коши и нормального
- 8) Схема Бернулли и биномиальное распределение
- 9) Многомерные распределения случайных величин
- 10) Моментные характеристики случайных векторов
- 11) Полиномиальные распределения как обобщения биномиальных
- 12) Многомерное нормальное распределение
- 13) Построение вариационных рядов по исходным выборкам
- 14) Совместные плотности распределения порядковых статистик
- 15) Бета-распределение в теории порядковых статистик и его моменты
- 16) Представление экспоненциальных порядковых статистик в виде сумм независимых случайных величин
- 17) Два представления для равномерных порядковых статистик в виде сумм и произведений независимых случайных величин
- 18) Предельные распределения выборочной медианы и выборочных квантилей
- 19) Условные распределения порядковых статистик
- 20) Условная независимость отрезков вариационного ряда
- 21) Три типа предельных распределений экстремумов (максимальных и минимальных порядковых статистик)
- 22) Три типа предельных распределений k -х порядковых статистик
- 23) Основные элементы систем массового обслуживания и их классификация
- 24) Простейший поток требований и экспоненциальное распределение
- 25) Гамма распределение в системах массового обслуживания
- 26) Характеризации нормального распределения
- 27) Постоянство регрессии одной линейной статистики на другую (теорема Кагана-Линника-Рао и некоторые ее обобщения)
- 28) Характеризация геометрических и экспоненциальных распределений свойством отсутствия последействия.
- 29) Характеризация экспоненциального распределения свойством минимальной порядковой статистики.
- 30) Характеризация t -2 распределения Стьюдента равенством по распределению выборочной середины размаха и выборочной медианы.

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса
Не требуются

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

Не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

Доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

Не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

Не требуется

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

- 1) А.М. Каган, Ю.В. Линник, С.Р. Рао (1972). Характеризационные задачи математической статистики. Наука, главная редакция физ-мат литературы
- 2) В.Феллер (1984). Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Том 2. М. Мир

3.4.2 Список дополнительной литературы

- 1) N. Balakrishnan, V.B. Nevzorov (2003). A Primer on Statistical Distributions. Wiley
- 2) В.Б. Невзоров (2000). Рекорды. Математическая теория. М. ФАЗИС

3.4.3 Перечень иных информационных источников

Не предусмотрен

Раздел 4. Разработчики программы

Невзоров Валерий Борисович, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики СПбГУ, probabil@pisem.net