

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория гомотопий (осн курс), тр 6 сем  
Homotopy Theory

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 045035

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о теории гомотопий, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории гомотопий.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Введение в теорию гомологий» или «Теория гомологий».

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: гомотопические группы, гомотопии и гомологии; уяснить логику и технику построения математической теории как фундамента самостоятельных научных исследований

### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа.

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																	
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа					
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)	итоговая аттестация (сам.раб.)	
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																	
<b>очная форма обучения</b>																	
Семестр 5	32		2					2				44		28		4	3
	2-50		2-50					2-50				1-1		1-1			
ИТОГО	32		2					2				44		28		4	3

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>						
<b>очная форма обучения</b>						
Семестр 5			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации		

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 6

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Гомотопические группы	Лекции	18
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	24
2	Гомотопии и гомологии	Лекции	14
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	20
3	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	28

### Раздел 1: Гомотопические группы

SW-комплексы. Клеточные разбиения классических пространств. Теоремы о продолжении гомотопии и клеточной аппроксимации отображения.

Гомотопические группы, относительные гомотопические группы, последовательность пары.

Расслоения и накрывающие гомотопии. Расслоения Серра. Гомотопическая последовательность расслоения и следствия.

Теорема о надстройке и следствия. Стабильные группы сфер.

Гомотопические группы клеточных пространств. Слабая гомотопическая эквивалентность. Теорема Уайтхеда. Клеточная аппроксимация топологического пространства.

Пространства Эйленберга-Маклейна  $K(G,n)$ . Асферические пространства.

### Раздел 2: Гомотопии и гомологии

Гомоморфизм Гуревича, теорема Гуревича.

Теория препятствий. Гомотопические типы отображений в  $K(G,n)$  и в сферу.

Вычисление когомологий некоторых групп. Рациональные когомологии пространств Эйленберга-Маклейна.

Ранги гомотопических групп сфер.

Теорема Картана-Серра.

Нечетные компоненты гомотопических групп.

Когомологические операции. Квадраты Стинрода их их применение.

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций

##### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

##### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

###### **Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

##### **3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 6**

**Список вопросов к экзамену:**

1. Гомотопические группы.
2. Относительные гомотопические группы, последовательность пары.
3. Расслоения и накрывающие гомотопии. Расслоения Серра.
4. Гомотопическая последовательность расслоения.
5. Теорема о надстройке и стабильные группы сфер.
6. Гомотопические группы клеточных пространств.
7. Слабая гомотопическая эквивалентность. Теорема Уайтхеда.
8. Клеточная аппроксимация топологического пространства.
9. Пространства Эйленберга-Маклейна  $K(G, n)$ . Асферические пространства.

10. Гомоморфизм Гуревича.
11. Теорема Гуревича.
12. Теория препятствий.
13. Гомотопические типы отображений в  $K(G,n)$  и в сферу.
14. Вычисление кохомологий некоторых групп.
15. Рациональные кохомологии пространств Эйленберга-Маклейна.
16. Ранги гомотопических групп сфер.
17. Теорема Картана-Серра.
18. Нечетные компоненты гомотопических групп.
19. Когомологические операции.
20. Квадраты Стиррода и их применение.

### **Темы докладов на семинаре**

1. Спектральная последовательность, ассоциированная с фильтрацией
2. Когомологическая теория Лере.
3. Связь спектральных последовательностей с клеточными гомологиями.
4. Спектральная последовательность расслоения и ее начальные члены.
5. Первые применения спектральных последовательностей.
6. Гомоморфизмы спектральных последовательностей.
7. Трансгрессия и ее применения.
8. Мультипликативная структура в спектральной последовательности.
9. Когомологии  $SU(n)$  и других классических групп.
10. Метод Серра вычисления гомотопических групп.
11. Когомологии пространств петель.
12. Метод убивающих пространств.
13. Конечная порожденность и конечность гомотопических групп.
14. Частичное вычисление кохомологий  $K(Z,n)$ .
15. Частичное вычисление  $p$ -компонент гомотопических групп сфер.

### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

### **3.2. Кадровое обеспечение**

#### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

#### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

#### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

#### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

#### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

#### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

#### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куса на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

### **3.4. Информационное обеспечение**

#### **3.4.1 Список обязательной литературы**

1. А. Хатчер. Алгебраическая топология. М.: МНЦМО, 2011.
2. А.Т.Фоменко, Д.Б.Фукс. Курс гомотопической топологии. М.:Наука,1989.

#### **3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Э. Спеньер. Алгебраическая топология. М.:Мир, 1971.

#### **3.4.3 Перечень иных информационных источников**

## **Раздел 4. Разработчики программы**

Иванов Сергей Владимирович, доктор физ.-мат. наук, главный научный сотрудник ПОМИ РАН, [svivanov@pdmi.ras.ru](mailto:svivanov@pdmi.ras.ru)

