

Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Вариационное исчисление
Calculus of Variations

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 043600

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1. Цели и задачи учебных занятий

Сообщение сведений о вариационном исчислении в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов вариационного исчисления.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Не предусмотрены.

1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: вариационные задачи.

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

практические занятия 32 часа, промежуточная аттестация (зачет) 2 часа

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																	
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)		
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																	
очная форма обучения																	
Семестр 4	16			32				2				17		5		34	2
	2-50			10-25				2-50				1-1		1-1			
ИТОГО	16			32				2				17		5			2

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации							
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)		
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки	
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ							
очная форма обучения							
Семестр 4			зачёт	по графику промежуточной аттестации			

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 4

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Вариационные задачи	Лекции	16
		практические занятия	32
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	17
2	Зачет	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	6

Раздел 1. Вариационные задачи.

1. Постановка классических задач вариационного исчисления: задача о брахистохроне, задача о цепной линии, задача Дидоны. Четыре леммы вариационного исчисления. Дифференциал по направлению в линейном пространстве, дифференциал Гато, дифференциал Фреше. Непрерывная дифференцируемость по Гато и Фреше. Необходимые условия локального экстремума во всем пространстве, на линейном множестве, на выпуклом множестве, теорема о неопределенных множителях Лагранжа.
2. Интегральный функционал на отрезке: непрерывная дифференцируемость по Фреше, уравнение Эйлера, гладкость экстремали, пример негладкой экстремали, естественные граничные условия, пример отсутствия глобального минимума.
3. Общая форма первой вариации, условие трансверсальности, задача с разрывной производной и условие Вейерштрасса-Эрдмана, необходимые условия локального минимума для односторонней задачи.
4. Вторая вариация и необходимые условия локального минимума: неотрицательность второй вариации, условие Лежандра, условие Якоби. Достаточные условия локального минимума: положительная определенность второй вариации, усиленные условия Якоби.
5. Многомерные вариационные задачи: формула интегрирования по частям в многомерном случае, уравнение Эйлера и естественные граничные условия для многомерных интегральных функционалов, принцип наименьшего действия, вывод уравнения колебания струны и мембраны.
6. Слабая полунепрерывность снизу и коэрцитивность функционала. Теорема о существовании глобального минимума для слабо полунепрерывного снизу коэрцитивного функционала на слабо замкнутом множестве рефлексивного банахова пространства. Пример отсутствия глобального минимума у непрерывного коэрцитивного функционала.
7. Пространство Соболева на отрезке. Классическая и обобщенная постановки задачи Штурма-Лиувилля, Энергетическое пространство. Теорема единственности.

Вариационная постановка задачи Штурма-Лиувилля. Классическая и обобщенная постановка задачи на собственные числа и собственные функции для задачи Штурма-Лиувилля. Априорные свойства собственных функций и собственных чисел.

8. Вариационный метод построения всех собственных функций и собственных чисел задачи Штурма-Лиувилля. Метод Фурье для решения задачи Штурма-Лиувилля. Теоремы Фредгольма.

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций и практических занятий

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Зачет проводится в устной форме. Билет состоит из одного вопроса. Время подготовки ответа составляет 45 минут. После ответа на вопрос билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые делается заключение о постановке зачета

Если студент не решил одну или несколько задач контрольной работы, он получает на экзамене одну задачу по материалу практических занятий, которая должна быть решена до начала ответа на билет. На ее решение дается 45 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопрос зачета категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена.

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Период обучения (модуль): **Семестр 4**

Темы задач:

1. Дифференцируемость по Гато и Фреше. Уравнение Эйлера. Интегральный функционал на отрезке.
2. Многомерные вариационные задачи. Задачи Штурма-Лиувилля. Вариационные методы.

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

не требуется

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куса на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

1. В.М.Алексеев, В.М.Тихомиров, С.В.Фомин, “Оптимальное управление”, М.: Физматлит, 2007.

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Д.Бутгацо, М.Джаквинта, С.Гильдебрандт. “Одномерные вариационные задачи”, Новосибирск, научная книга, 2002.
2. В. И. Смирнов. “Курс высшей математики”, Т4, часть 1.М., Наука, 1974.
3. И. М. Гельфанд, С. В. Фомин. “Вариационное исчисление”, Изд-во Физико-математической литературы , 1961.

3.4.3 Перечень иных информационных источников

не предусмотрен

Раздел 4. Разработчики программы

Осмоловский В.Г., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры математической физики