

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Анализ Фурье  
Fourier Analysis

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 043601

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о анализе Фурье в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов анализа Фурье.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Не предусмотрены.

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: многомерный анализ, анализ Фурье

### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

практические занятия 26 часов, контрольные работы 4 часа, промежуточная аттестация (зачеты) 2 часа

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																		
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость	
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)			итоговая аттестация (сам.раб.)
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																		
<b>очная форма обучения</b>																		
Семестр 5	30			26		4			2				43		3		28	3
	2-50			10-25		10-25			2-50				1-1		1-1			
ИТОГО	30			26		4			2				43		3		28	3

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации							
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)		
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки	
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>							
<b>очная форма обучения</b>							
Семестр 5				зачёт, по результатам работы за период обучения	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации		

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 5

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Многомерный анализ. Формула Стокса.	Лекции	8
		практические занятия в присутствии преподавателя по методическим материалам	6
			15
2	Анализ Фурье.	Лекции	22
		практические занятия в присутствии преподавателя по методическим материалам	20
			28
3	Зачет	промежуточная аттестация (ауд)	2

### Раздел 1. Многомерный анализ. Формула Стокса.

1. Полилинейные формы. Интеграл от полилинейной функции. Альтернирование
2. Кососимметрические формы. Внешнее произведение.
3. Бесконечногладкое разбиение единицы. Интеграл от кососимметрической формы.
4. Формула Стокса. Трехмерный случай. Ротор Дивергенция. Циркуляция.

### Раздел 2. Анализ Фурье.

1. Тригонометрическая система. Ряд Фурье по ней. Сходимость в  $L^2$ .
2. Теорема Римана-Лебега. Гладкость функции и убывание коэффициентов Фурье. Теорема Бернштейна.
3. Ядро Дирихле, его логарифмический рост. Свертки на окружности, их свойства. Теорема Дю Буа Реймона о расходимости рядов Фурье непрерывных функций.
4. Простейшие теоремы о сходимости ряда Фурье в отдельных точках. Суммирование рядов Фурье методом средних арифметических, ядро Фейера и теорема Фейера.
5. Скорость убывания коэффициентов Фурье функции ограниченной вариации. Применение тауберовой теоремы Харди: теорема Жордана. Суммирование ряда Фурье по Абелю-Пуассону. Связь с гармоническими функциями. Существование граничной функции у гармонической функции из класса  $h^p$ ,  $1 < p < \infty$ .
6. Сходимость средних Фейера и Абеля-Пуассона п.в. Оператор гармонического сопряжения на пространстве  $L^2$ , его слабый тип  $(1,1)$  ("алгебраическое" доказательство).
7. Вариант интерполяционной теоремы Марцинкевича. Ограниченность оператора гармонического сопряжения в  $L^p$ ,  $1 < p < \infty$ . Проектор Рисса, сходимость рядов Фурье в  $L^p$ .
8. Преобразование Фурье в  $R^n$ . Простейшие свойства и тождества. Классическая формула обращения в случае одной переменной.
9. Общий способ построения формул обращения. Ядра Пуассона и Гаусса и соответствующие формулы. Теорема Планшереля.

10. Гармоническое сопряжение в полуплоскости:  
преобразование Гильберта. Слабый тип (1,1) (вещественное  
доказательство с простым вариантом разложения  
Кальдерона-Зигмунда).
11. Интерполяция: непрерывность в  $L^p$ , следствия

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций и практических занятий

##### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

##### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

###### **Методика проведения зачета**

Зачет проводится в устной форме. Для получения зачета необходимо решить 60% задач, предлагаемых в течение семестра. В случае, если к моменту проведения зачета студент решил меньшее количество задач, на зачете ему предлагаются задачи аналогичные по тематике и сложности. Задачи даются в форме домашних заданий с устной сдачей («листочки»), письменных домашних заданий и контрольных. Темы задач фиксированы, количество и форма выдачи остается на усмотрение преподавателя практических занятий. Возможна выдача задач повышенной сложности, решение которых засчитывается в качестве индивидуальных достижений студента (при подаче заявок на именные стипендии, конкурсы и т.п.); сдача таких заданий проводится в устной форме.

##### **3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 5**

Темы задач:

1. Интегрирование по поверхности. Интегралы первого и второго рода.
2. Ряды Фурье. Коэффициенты Фурье. Сходимость.
3. Преобразование Фурье. Гладкость. Принципы неопределенности.
4. Интерполяция для линейных операторов.

##### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

### **3.2. Кадровое обеспечение**

#### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

#### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

#### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

#### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

#### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

#### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

#### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

### **3.4. Информационное обеспечение**

#### **3.4.1 Список обязательной литературы**

1. В. А. Зорич, “Математический анализ”, – М.: МЦНМО, 2012
2. О.Л. Виноградов, А.Л. Громов, “Курс математического анализа” - Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2009

#### **3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Г.М. Фихтенгольц, “Курс дифференциального и интегрального исчисления”, - СПб, Лань, 2009

2. В.П. Хавин, “Основы математического анализа. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной вещественной переменной”, - СПб, Лань, 1998.
3. Рудин У. 'Основы математического анализа' \Перевод с англ. Хавина В.П. - Москва: Мир, 1976

### **3.4.3 Перечень иных информационных источников**

не предусмотрен

### **Раздел 4. Разработчики программы**

Кисляков Сергей Владимирович, член-корреспондент РАН, профессор, директор ПОМИ РАН, skis@pdmi.ras.ru