

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Современная алгебра – 3 (семинар) (осн курс), тр 7 сем  
Modern Algebra - 3 (Seminar)

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 051575

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений современной теории представлений конечных и компактных групп, в частности, симметрических и унитарных групп, в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов современной теории представлений конечных и компактных групп, включая основные примеры.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсами «Алгебра», «Геометрия и топология» в рамках 1-4 семестров основного курса.

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: общая теория представлений конечных и компактных групп, теория представлений симметрических групп, теория представлений унитарных групп.

### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

практические занятия 30 часов, промежуточная аттестация (зачет) 2 часа

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																	
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа			Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость	
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)			промежуточная аттестация (сам.раб.)
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																	
<b>очная форма обучения</b>																	
Семестр 7		30						2				34		6		32	2
		2-25						2-50				1-1		1-1			
ИТОГО		30						2				34		6		32	2

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>						
<b>очная форма обучения</b>						
Семестр 7			зачёт	по графику промежуточной аттестации		

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 7

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Общая теория представлений конечных и компактных групп	Лекции	8
		семинары	
		в присутствии преподавателя	9
		по методическим материалам	
2	Теория представлений симметрических групп	Лекции	12
		семинары	
		в присутствии преподавателя	14
		по методическим материалам	
3	Теория представлений унитарных групп	Лекции	10
		семинары	
		в присутствии преподавателя	11
		по методическим материалам	
4	Зачет	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	6

### Раздел 1. Общая теория представлений конечных и компактных групп

1. Теория представлений конечных групп: лемма Шура, соотношения ортогональности, разложение регулярного представления
2. Индуцированные представления. Двойственности Фробениуса, критерий Макки.
3. Мера Хаара. Теорема о существовании. Мера Хаара на унитарной, ортогональной и симплектической группе. Радиальная часть меры Хаара.
4. Теория представления компактных групп: соотношения ортогональности, аппроксимационная лемма, ряды Фурье, глобальная теорема.

### Раздел 2. Теория представлений симметрических групп

1. Представления  $A_4$ ,  $S_4$ ,  $A_5$  и  $S_5$ . Таблица характеров и реализация представлений.
2. Модули Шпехта.
3. Соответствие Робинсона-Шенстеда-Кнута, формула крюков.
4. Симметрические функции, связь с представлениями симметрических групп.

### Раздел 3. Теория представлений унитарных групп

1. Алгебры и группы Ли, инфинитезимальный метод
2. Неприводимые представления  $SU(2)$ .
3. Неприводимые представления  $SU(3)$ .
4. Двойственность Шура-Вейля. Неприводимые представления  $U(n)$ .

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение семинарских занятий

##### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

##### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Зачет проводится в устной форме. Для получения зачета студент должен сделать доклад на семинаре. Преподаватель задает вопросы по теме доклада, а также дополнительные вопросы по другим темам, изложенным в курсе.

В случае получения оценки «не зачтено» студент должен написать и представить преподавателю реферат по теме доклада, ответить на устные вопросы.

Оценка «зачтено» ставится за связное и математически корректное изложение материала доклада (при передаче – в письменной форме), знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «не зачтено» выставляется, если не выполняется условие для получения оценки «зачтено».

##### **3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 7**

Темы докладов на семинаре:

1. Теория представлений конечных групп: лемма Шура, соотношения ортогональности, разложение регулярного представления
2. Индуцированные представления. Двойственности Фробениуса, критерий Макки.
3. Мера Хаара. Теорема о существовании. Мера Хаара на унитарной, ортогональной и симплектической группе. Радиальная часть меры Хаара.
4. Теория представления компактных групп: соотношения ортогональности, аппроксимационная лемма, ряды Фурье, глобальная теорема.
5. Представления  $A_4$ ,  $S_4$ ,  $A_5$  и  $S_5$ . Таблица характеров и реализация представлений.
6. Модули Шпехта.
7. Соответствие Робинсона-Шенстеда-Кнута, формула крюков.

8. Симметрические функции, связь с представлениями симметрических групп.
9. Алгебры и группы Ли, инфинитезимальный метод
10. Неприводимые представления  $SU(2)$ .
11. Неприводимые представления  $SU(3)$ .
12. Двойственность Шура-Вейля. Неприводимые представления  $U(n)$ .

### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

#### **3.2. Кадровое обеспечение**

##### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению семинаров должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

##### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

#### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

##### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

##### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

##### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

##### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

##### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куса на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

### **3.4. Информационное обеспечение**

#### **3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Serre, Jean-Pierre. Linear Representations of Finite Groups. Graduate Texts in Mathematics, v. 42, 1996
2. Желобенко, Дмитрий Петрович. Компактные группы Ли и их представления, МЦНМО, 2007
3. Фултон Уильям. Таблицы Юнга и их приложения к теории представлений и геометрии, МЦНМО, 2006
4. Макдональд, Ян Грант. Симметрические функции и многочлены Холла

#### **3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. W. Fulton and J. Harris, Representation theory. First course.
2. А. М. Вершик, А. Ю. Окуньков, “Новый подход к теории представлений симметрических групп. II”, Теория представлений, динамические системы, комбинаторные и алгоритмические методы. X, Зап. научн. сем. ПОМИ, 307, ПОМИ, СПб., 2004, 57–98
3. A. Kirillov, Jr., Jr., An introduction to Lie groups and Lie algebras
4. Г. Вейль, Классические группы, их инварианты и представления
5. B. Simon, Representations of finite and compact groups.  
<https://www.math.stonybrook.edu/kirillov/mat552/liegroups.pdf>

#### **3.4.3 Перечень иных информационных источников**

не предусмотрен

### **Раздел 4. Разработчики программы**

Никитин Павел Павлович, кандидат физ.-мат. наук, доцент СПбГУ,  
pnikitin0103@yahoo.co.uk