

Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дополнительные главы теории представлений (спецкурс), тр 5 и 7 сем
Advanced representations theory

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 051707

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Сообщение сведений о современной теории представлений групп и алгебр в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории представлений.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Владение курсами «Алгебра» (или «Высшая алгебра»), «Математический анализ», первой частью курса функционального анализа.

1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: теория Шюке, теория C^* -алгебр и их представлений, представлений компактных групп, представления групп Ли; уяснить логику и технику построения математической теории как фундамента самостоятельных научных исследований

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа.

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																		
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем												Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллективные	текстовый контроль	проектная деятельность	итоговая аттестация	подруководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методов их матери	текстовый контроль (сам. раб.)	промежуточная аттестация (сам. раб.)	итоговая аттестация (сам. раб.)		
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																		
очная форма обучения																		
Семестр 5	32		2						2				44		28		4	3
	2-50		2-50						2-50				1-1		1-1			
ИТОГО	32		2						2				44		28		4	3

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ						
очная форма обучения						
Семестр 5			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации		
Семестр 7			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации		

				и		
--	--	--	--	---	--	--

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 7

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	C*-алгебры	Лекции	17
		практические занятия в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	23
2	Представления локально компактных групп	Лекции	15
		практические занятия в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	21
3	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	28

Раздел 1: C*-алгебры

1. Определение C*-алгебр. Примеры.
2. Спектр. Коммутативные C*-алгебры.
3. Конечномерные C*-алгебры.
4. Добавление единицы.
5. Следы на C*-алгебрах и представления.
6. Конструкция Гельфанда -- Наймарка -- Сигала.
7. Алгебры фон Неймана
8. Групповые C*-алгебры локально компактных групп. Примеры.
9. Неприводимые представления алгебры компактных операторов.
10. AF-алгебры. Диаграммы Браттели.

Раздел 2: Представления локально компактных групп

1. Мера Хаара на локально компактной группе
2. Непрерывные представления компактных групп унитарны
3. Теорема Петера -- Вейля

4. Разложение унитарного представления компактной группы
5. Индуцированные представления компактных групп
6. Максимальные торы в компактных группах Ли. Интегральная формула Вейля
7. Веса конечномерных представлений
8. Связь между представлениями группы Ли и алгебры Ли
9. Формула характеров Вейля
10. Связные редуктивные группы. Борелевские подгруппы, разложение Ивасава.
11. Представления $SL_2(\mathbb{F})$
12. Параболические подгруппы и индукция

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Период обучения (модуль): **Семестры 5, 7**

Список вопросов к экзамену:

1. Определение C^* -алгебр. Примеры.
2. Спектр. Коммутативные C^* -алгебры.
3. Конечномерные C^* -алгебры.
4. Добавление единицы.
5. Следы на C^* -алгебрах и представления.
6. Конструкция Гельфанда -- Наймарка -- Сигала.

7. Алгебры фон Неймана
8. Групповые C^* -алгебры локально компактных групп. Примеры.
9. Неприводимые представления алгебры компактных операторов.
10. AF -алгебры. Диаграммы Браттели.
11. Мера Хаара на локально компактной группе
12. Непрерывные представления компактных групп унитарны
13. Теорема Петера -- Вейля
14. Разложение унитарного представления компактной группы
15. Индуцированные представления компактных групп
16. Максимальные торы в компактных группах Ли. Интегральная формула Вейля
17. Веса конечномерных представлений
18. Связь между представлениями группы Ли и алгебры Ли
19. Формула характеров Вейля
20. Связные редуктивные группы. Борелевские подгруппы, разложение Ивасава.
21. Представления $SL_2(F)$
22. Параболические подгруппы и индукция

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

не требуется

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

1. Наймарк М.А. Теория представлений групп. М.: Наука, 1976. 564 с
2. Arveson, W. An Invitation to C*-Algebra. Springer-Verlag, 1976.

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Sakai, S. C*-algebras and W*-algebras, Springer, 1971.
2. Кэртис Ч. Райнер И. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр М: Наука, 1969
3. Гельфанд И.М., Граев М.И., Пятацкий-Шапиро И.И. Теория представлений и автоморфные функции. Обобщенные функции, выпуск 6 – М.: Гос. изд-во физико-мат. лит-ры. – 1966 г. – 512 с.

3.4.3 Перечень иных информационных источников

Раздел 4. Разработчики программы

Вершик Анатолий Моисеевич, доктор физ.-мат. наук, профессор СПбГУ, главный научный сотрудник ПОМИ РАН, vershik@pdmi.ras.ru