

Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Введение в теорию гомологий (осн курс), тр 5-7 сем
Introduction to Homology Theory

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 045034

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Сообщение сведений о теории гомологий в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории гомологий.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Владение курсом «Геометрия и топология».

1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: сингулярные и клеточные гомологии, когомологии; уяснить логику и технику построения математической теории как фундамента самостоятельных научных исследований

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа.

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																	
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)		
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																	
очная форма обучения																	
Семестр 5-7	32		2					2				44		28		4	3
	2-50		2-50					2-50				1-1		1-1			
ИТОГО	32		2					2				44		28		4	3

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ						
очная форма обучения						
Семестр 5-7			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации, по графику промежуточной аттестации		

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 5-7

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Сингулярные гомологии	Лекции	18
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	22
2	Когомологии	Лекции	14
		практические занятия	
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	22
3	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	28

Раздел 1: Сингулярные гомологии

Гомологии цепных комплексов. Сингулярные гомологии. Гомологии с коэффициентами. Нульмерные и одномерные гомологии. Функториальность. Гомотопическая инвариантность.

Относительные гомологии. Простейшие примеры. Граничный гомоморфизм, точная последовательность пары. Бариецентрическое разбиение. Теорема о вырезании. Гомологии факторпространства. Аксиомы Стинрода-Эйленберга.

Гомологии сфер. Следствия нестягиваемости сферы: теорема Борсука, теорема Брауэра, инвариантность размерности, инвариантность края. Степень отображения из сферы в сферу. Теорема о еже.

Клеточные гомологии, их совпадение с сингулярными. Эйлерова характеристика.

Последовательности Майера-Вьеториса. Вложенные диски и сферы, теорема Жордана-Брауэра, инвариантность области, теорема Улама-Борсука.

Симплициальные аппроксимации, формула Лефшеца.

Раздел 2: Когомологии

Группы когомологий. Теорема об универсальных коэффициентах. Умножение в когомологиях. Формула Кюннета.

Гомологии и когомологии многообразий. Ориентация, локальные гомологии, фундаментальный класс многообразия. Двойственность Пуанкаре. Форма пересечений, индексы пересечений. Гомологии и двойственность для многообразия с краем.

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Период обучения (модуль): **Семестр 5-7**

Список вопросов к экзамену:

1. Построение сингулярных гомологий.
2. Гомологии и фундаментальная группа.
3. Цепные гомотопии, гомотопическая инвариантность гомологий.
4. Граничный гомоморфизм, точная последовательность пары.
5. Барицентрическое разбиение, теорема о вырезании.
6. Гомологии факторпространств.
7. Гомологии сфер.

8. Теоремы Борсука и Брауэра, инвариантность размерности, инвариантность края.
9. Степень отображения из сферы в сферу. Теорема о еже.
10. Клеточные гомологии, их совпадение с сингулярными. Эйлерова характеристика.
11. Последовательность Майера-Вьеториса.
12. Вложенные диски и сферы, теорема Жордана-Брауэра.
13. Теорема об инвариантности области.
14. Теорема Улама-Борсука.
15. Симплициальные аппроксимации, формула Лефшеца.
16. Группы когомологий.
17. Теорема об универсальных коэффициентах.
18. Кольцо когомологий.
19. Формула Кюннета.
20. Ориентация и локальные гомологии многообразия.
21. Фундаментальный класс многообразия.
22. Степень отображения и ее применения.
23. Двойственность Пуанкаре.
24. Форма пересечений, индексы пересечений.

Темы докладов на семинаре

1. Теорема о клеточной аппроксимации.
2. Критерии гомотопической эквивалентности.
3. Симплициальные и дельта-комплексы, симплициальные гомологии
4. Гомологии букетов.
5. Проективные пространства и их гомологии.
6. Многообразия Грассмана и Штифеля.
7. Когомологии Александера.
8. Аксиомы Стинрода-Эйленберга для когомологий Александера.
9. Когомологии Чеха.
10. Когомологии классических поверхностей.
11. Когомологии торов и проективных пространств.
12. Индексы пересечения в гладких многообразиях.
13. Формула Лефшеца для векторных полей.
14. Коэффициенты зацепления.
15. Когомологии с компактным носителем.

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

не требуется

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

1. А. Хатчер. Алгебраическая топология. М.: МНЦМО, 2011.
2. Ю.Г. Борисович, Н.М. Близняков, Я.А.Израилевич, Т.Н. Фоменко. Введение в топологию. М.:Наука, 1995.

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Э. Спеньер. Алгебраическая топология. М.:Мир, 1971.
2. А.Т.Фоменко, Д.Б.Фукс. Курс гомотопической топологии. М.:Наука,1989.

3.4.3 Перечень иных информационных источников

Раздел 4. Разработчики программы

Иванов Сергей Владимирович, доктор физ.-мат. наук, главный научный сотрудник ПОМИ
РАН, svivanov@pdmi.ras.ru