

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Алгебраическая K-теория (семинар) (осн курс), тр 6-8 сем  
Algebraic K-theory (Seminar)

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 053569

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений об алгебраической K-теории в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов алгебраической K-теории.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Алгебра» или «Высшая алгебра».

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: проективные модули и векторные расслоения, группа Гротендика,  $K_1$  и  $K_2$  от колец.

### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

практические занятия 30 часов, промежуточная аттестация (зачет) 2 часа

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1 Основной курс

| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся |  |          |              |                      |                     |                    |             |                  |                          |                     |                                |                             |  |                             |                                     |   |              |
|---|--|----------|--------------|----------------------|---------------------|--------------------|-------------|------------------|--------------------------|---------------------|--------------------------------|-----------------------------|--|-----------------------------|-------------------------------------|---|--------------|
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.                      | Контактная работа обучающихся с преподавателем |          |              |                      |                     |                    |             |                  |                          |                     |                                | Самостоятельная работа      |  |                             |                                     | Объём активных и интерактивных форм учебных занятий | Трудоёмкость |
|   | лекции   | семинары | консультации | практические занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии преподавателя | сам. раб. с использованием методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) |   |              |
| <b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>  |  |          |              |                      |                     |                    |             |                  |                          |                     |                                |                             |  |                             |                                     |   |              |
| <b>очная форма обучения</b>   |  |          |              |                      |                     |                    |             |                  |                          |                     |                                |                             |  |                             |                                     |   |              |
| Семестр 6-8   |  | 30       |              |                      |                     |                    |             | 2                |                          |                     |                                | 34                          |  | 6                           |                                     | 32  | 2            |
|   |  | 2-25     |              |                      |                     |                    |             | 2-50             |                          |                     |                                | 1-1                         |  | 1-1                         |                                     |   |              |
| ИТОГО   |  | 30       |              |                      |                     |                    |             | 2                |                          |                     |                                | 34                          |  | 6                           |                                     | 32  | 2            |

| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации |                                      |       |                               |                                     |  |       |
|---|--------------------------------------|-------|-------------------------------|-------------------------------------|--|-------|
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.                              | Формы текущего контроля успеваемости |       | Виды промежуточной аттестации |                                     | Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) |       |
|   | Формы                                | Сроки | Виды                          | Сроки                               | Виды   | Сроки |
| <b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>  |                                      |       |                               |                                     |  |       |
| <b>очная форма обучения</b>   |                                      |       |                               |                                     |  |       |
| Семестр 6-8   |                                      |       | зачёт                         | по графику промежуточной аттестации |  |       |

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 6-8

| № п/п | Наименование темы (раздела, части)        | Вид учебных занятий             | Количество часов |
|-------|---|---------------------------------|------------------|
| 1     | Проективные модули и векторные расслоения | Лекции                          |                  |
|       |   | семинары                        | 8                |
|       |   | в присутствии преподавателя     |                  |
|       |   | по методическим материалам      | 9                |
| 2     | Группа Гротендика                         | Лекции                          |                  |
|       |   | семинары                        | 12               |
|       |   | в присутствии преподавателя     |                  |
|       |   | по методическим материалам      | 14               |
| 3     | $K_1$ и $K_2$ от колец                    | Лекции                          |                  |
|       |   | семинары                        | 10               |
|       |   | в присутствии преподавателя     |                  |
|       |   | по методическим материалам      | 11               |
| 4     | Зачет                                     | промежуточная аттестация (ауд)  | 2                |
|       |   | промежуточная аттестация (с.р.) | 6                |

### Раздел 1. Проективные модули и векторные расслоения

1. Проективные модули. Локальный критерий проективности над коммутативным кольцом. Склеивание проективных модулей.
2. Группа Пикара коммутативного кольца. Дивизоры Картье.
3. Топологические векторные расслоения. Классифицирующее пространство.
4. Алгебраические векторные расслоения.

### Раздел 2. Группа Гротендика

1. Групповое пополнение моноида.  $K_0$  от кольца. Эквивалентность Мориты.
2. Топологическая  $K$ -теория. Характеристические классы.
3. Структура лямбда-кольца. Операции Адамса.
4.  $K_0$  от симметричной моноидальной категории. Кольцо Витта.
5.  $K_0$  от абелевой категории. Отвинчивание.
6.  $K_0$  от точной категории. Фундаментальная теорема для  $K_0$ .

### Раздел 3. $K_1$ и $K_2$ от колец

1. Элементарные матрицы.  $K_1$  от кольца. Группа Уайтхеда.

2. Относительный  $K_1$ . Точная последовательность.
3. Фундаментальная теорема для  $K_1$ .
4. Группа Стейнберга.  $K_2$  и относительный  $K_2$  от кольца. Точная последовательность.
5. Символ Стейнберга. Теорема Мацумото. Норменный вычет и закон взаимности Вейля.

### **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

#### **3.1. Методическое обеспечение**

##### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение семинарских занятий

##### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

##### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Зачет проводится в устной форме. Для получения зачета студент должен сделать доклад на семинаре. Преподаватель задает вопросы по теме доклада, а также дополнительные вопросы по другим темам, изложенным в курсе.

В случае получения оценки «не зачтено» студент должен написать и представить преподавателю реферат по теме доклада, ответить на устные вопросы.

Оценка «зачтено» ставится за связное и математически корректное изложение материала доклада (при передаче – в письменной форме), знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «не зачтено» выставляется, если не выполняется условие для получения оценки «зачтено».

##### **3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 6-8**

**Темы докладов на семинаре:**

1. Проективные модули. Локальный критерий проективности над коммутативным кольцом. Склеивание проективных модулей.
2. Группа Пикара коммутативного кольца. Дивизоры Картье.
3. Топологические векторные расслоения. Классифицирующее пространство.
4. Алгебраические векторные расслоения.
5. Групповое пополнение моноида.  $K_0$  от кольца. Эквивалентность Мориты.

6. Топологическая K-теория. Характеристические классы.
7. Структура лямбда-кольца. Операции Адамса.
8.  $K_0$  от симметричной моноидальной категории. Кольцо Витта.
9.  $K_0$  от абелевой категории. Отвинчивание.
10.  $K_0$  от точной категории. Фундаментальная теорема для  $K_0$ .
11. Элементарные матрицы.  $K_1$  от кольца. Группа Уайтхеда.
12. Относительный  $K_1$ . Точная последовательность.
13. Фундаментальная теорема для  $K_1$ .
14. Группа Стейнберга.  $K_2$  и относительный  $K_2$  от кольца. Точная последовательность.
15. Символ Стейнберга. Теорема Мацумото. Норменный вычет и закон взаимности Вейля.

### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

#### **3.2. Кадровое обеспечение**

##### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению семинаров должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

##### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

#### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

##### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

##### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

##### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

## **3.4. Информационное обеспечение**

### **3.4.1 Список обязательной литературы**

1. С. Weibel, “The K-book: an introduction to algebraic K-theory”,  
<http://www.math.rutgers.edu/~weibel/Kbook.html>
2. М. Каруби, «К-теория: введение». – М.: Мир, 1981.

### **3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Х. Басс, «Алгебраическая К-теория». – М.: Мир, 1973.

### **3.4.3 Перечень иных информационных источников**

не предусмотрен

## **Раздел 4. Разработчики программы**

Петров Виктор Александрович, кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник  
ПОМИ РАН, victorapetrov@gmail.com