

**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Методы анализа в теории вероятностей (спец. курс), тр 2-4 сем  
Probability techniques in analysis

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 6

Регистрационный номер рабочей программы: 061056

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о вероятностных методах в анализе, необходимых для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории вероятностей, применяемых в математическом анализе.

### **1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Математический анализ» и курсом «Теория вероятности».

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: диадические мартингалы, граничное поведение гармонических функций, функции класса Гёльдера, вейвлеты; уяснить логику и технику построения математической теории как фундамента самостоятельных научных исследований.

### **1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Семинары 30 часов, консультации 2 часа, промежуточная аттестация (экзамен) 2 часа.

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																	
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)		
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																	
очная форма обучения																	
Семестр 2-4	30	30	2					2				92		60		34	6
	2-50	2-25	2-50					2-50				1-1		1-1			
<b>ИТОГО</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>2</b>					<b>2</b>				<b>92</b>		<b>60</b>		<b>34</b>	<b>6</b>

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>						
очная форма обучения						
Семестр 2-4			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации		

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 2-4

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Диадические мартингалы	Лекции	8
		Семинар	6
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	20
2	Граничное поведение гармонических функций	Лекции	12
		Семинар	14
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	24
3	Функции класса Гёльдера	Лекции	6
		Семинар	6
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	28
4	Вейвлеты	Лекции	4
		Семинар	4
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	20
5	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	60

### Раздел 1: Диадические мартингалы.

1. Основные определения: условное ожидание, мартингалы, время остановки.
2. Квадратичная вариация и максимальная функция. Теорема Дуба о сходимости, теорема Фату для диадических мартингалов.
3. Связь между поведением диадического мартингала и его квадратичной вариации. Хорошее лямбда-неравенство для диадических мартингалов.
4. Закон повторного логарифма для диадических мартингалов.

### Раздел 2: Граничное поведение гармонических функций.

1. Основные свойства гармонических функций. Представление в верхнем полупространстве. Некасательная максимальная функция, функция Харди-Литтлвуда, функция Лузина.
2. Атомарное разложение функций, гармонических в верхнем полупространстве.
3. Закон повторного логарифма для гармонических функций: оценка сверху.
4. Закон повторного логарифма для гармонических функций: оценка снизу.

5. Хорошие лямбда-неравенства для некасательной максимальной функции и функции Лузина.
6. Закон повторного логарифма для функций из класса Блоха.
7. Теорема Макарова о гармонической мере.
8. Хвостовой закон повторного логарифма.

### **Раздел 3: Функции класса Гёльдера.**

1. Локальная гладкость функций из класса Гёльдера. Осцилляции конечной разности первого порядка.
2. Оценки роста конечных разностей.
3. Гармонические функции из класса роста.

### **Раздел 4: Вейвлеты.**

1. Основные определения: непрерывное вейвлет-преобразование, анализ сигналов, фреймы вейвлетов.
2. Ортонормированные вейвлет-базисы. Анализ функций из пространств Бесова.
3. Анализ локальной гладкости функций с помощью вейвлетов. Функция Вейерштрасса.

## **Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

### **3.1. Методическое обеспечение**

#### **3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций и семинарских занятий

#### **3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

#### **3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

##### **Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования неподобающих материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале

оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

### **3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 2-4**

**Список вопросов к экзамену:**

1. Гармонические функции в верхнем полупространстве. Представление ядром Пуассона. Основные свойства.
2. Некасательная максимальная функция, функция Харди-Литтлвуда, функция Лузина. Основные неравенства.
3. Атомарное разложение гармонических функций в верхнем полупространстве.
4. Закон повторного логарифма для гармонических функций: оценка сверху.
5. Закон повторного логарифма для гармонических функций: оценка снизу.
6. Функции класса Блоха. Закон повторного логарифма.
7. Хорошие лямбда-неравенства для некасательной максимальной функции и функции Лузина.
8. Теорема Макарова о гармонической мере.
9. Хвостовой закон повторного логарифма для тригонометрических рядов, контрпример для диадических мартингалов.
10. Диадические мартингалы: определения, основные свойства.
11. Максимальная функция и квадратичная вариация. Неравенства Дуба.
12. Хорошие лямбда-неравенства для диадических мартингалов.
13. Закон повторного логарифма для диадических мартингалов.
14. Локальная гладкость функций из класса Гёльдера. Осцилляции конечной разности первого порядка: поточечные оценки и среднее поведение.
15. Гармонические функции с условием роста.
16. Фреймы и базисы вейвлетов.
17. Локальная гладкость функций: теоремы Хольшнайдера-Чамичана, Жаффара.

**Темы для докладов на семинаре**

1. Гармонические функции в верхнем полупространстве. Представление ядром Пуассона. Основные свойства.
2. Некасательная максимальная функция, функция Харди-Литтлвуда, функция Лузина. Основные неравенства.
3. Атомарное разложение гармонических функций в верхнем полупространстве.
4. Закон повторного логарифма для гармонических функций: оценка сверху.
5. Закон повторного логарифма для гармонических функций: оценка снизу.
6. Функции класса Блоха. Закон повторного логарифма.
7. Хорошие лямбда-неравенства для некасательной максимальной функции и функции Лузина.
8. Теорема Макарова о гармонической мере.
9. Хвостовой закон повторного логарифма для тригонометрических рядов, контрпример для диадических мартингалов.
10. Диадические мартингалы: определения, основные свойства.
11. Максимальная функция и квадратичная вариация. Неравенства Дуба.
12. Хорошие лямбда-неравенства для диадических мартингалов.
13. Закон повторного логарифма для диадических мартингалов.
14. Локальная гладкость функций из класса Гёльдера. Осцилляции конечной разности первого порядка: поточечные оценки и среднее поведение.
15. Гармонические функции с условием роста.
16. Фреймы и базисы вейвлетов.
17. Локальная гладкость функций: теоремы Хольшнайдера-Чамичана, Жаффара.

### **3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

### **3.2. Кадровое обеспечение**

#### **3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

#### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

#### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

## **3.4. Информационное обеспечение**

### **3.4.1 Список обязательной литературы**

### **3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Jose G. Llorente. «Discrete Martingales and Applications to Analysis», Univ. of Jyvaskyla, 2002
2. Rodrigo Banuelos, Charles Moore. «Probabilistic behaviour of harmonic functions», Birkhauser, 1999.
3. John Garnett, Donald Marshall. «Harmonic Measure». Cambridge, 2005.
4. Stephane Jaffard, Yves Meyer, Robert Ryan. «Wavelets». SIAM, 2001.
5. Yves Meyer. «Wavelets and Operators». Cambridge, 1992.

### **3.4.3 Перечень иных информационных источников**

## **Раздел 4. Разработчики программы**

Мозоляко Павел Александрович, к.ф.-м.н., pmzlcroak@gmail.com