

Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Избранные главы теории потенциалов (спец. курс), тр 2-4 сем
Selected topics in potential theory

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 6

Регистрационный номер рабочей программы: 061058

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Сообщение сведений о теории потенциалов, необходимых для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории потенциала.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Владение курсом «Математический анализ».

1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: логарифмический потенциал, экстремальная длина, емкость, теория потенциала на дереве; уяснить логику и технику построения математической теории как фундамента самостоятельных научных исследований.

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

Семинары 30 часов, консультации 2 часа, промежуточная аттестация (экзамен) 2 часа.

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																	
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)		
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																	
очная форма обучения																	
Семестр 2-4	30	30	2					2				92		60		34	6
	2-50	2-25	2-50					2-50				1-1		1-1			
ИТОГО	30	30	2					2				92		60		34	6

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации						
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости		Виды промежуточной аттестации		Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)	
	Формы	Сроки	Виды	Сроки	Виды	Сроки
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ						
очная форма обучения						
Семестр 2-4			экзамен, устно, традиционная форма	по графику промежуточной аттестации		

2.2. Структура и содержание учебных занятий

Период обучения (модуль): Семестр 2-4

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Логарифмический потенциал	Лекции	12
		Семинар	12
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	30
2	Общая нелинейная теория потенциала	Лекции	6
		Семинар	6
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	34
3	Теория потенциала на дереве	Лекции	12
		Семинар	12
		в присутствии преподавателя	
		по методическим материалам	28
4	Экзамен	промежуточная аттестация (ауд)	2
		промежуточная аттестация (с.р.)	60

Раздел 1: Логарифмический потенциал.

1. Основные определения: логарифмическая емкость, потенциал, энергия, равновесные меры.
2. Задача Дирихле для оператора Лапласа, регулярные точки, тест Винера.
3. Ёмкостные оценки гармонической меры.
4. Экстремальная длина, ёмкость конденсаторов.
5. Классическое пространство Дирихле на единичном диске: основные свойства, воспроизводящие ядра.
6. Теоремы вложения, меры Карлесона.
7. Интерполяция в пространстве Дирихле, мультипликаторы.

Раздел 2: Общая нелинейная теория потенциала.

1. Основные определения: нелинейный потенциал, емкость, измеримые множества.
2. Теорема фон Неймана, двойственное определение емкости.
3. Равновесные меры, принцип максимума для радиальных ядер.

Раздел 3: Теория потенциала на дереве.

1. Логарифмический потенциал на двоичном дереве, основные свойства емкости.
2. Дискретное пространство Дирихле, неравенство Харди и теоремы вложения.
3. Субёмкостные меры и тест на интервалах.

4. Связь между дискретной и непрерывной емкостями, неравенство Вольффа.
5. Теория потенциала на взвешенном дереве.
6. Оценки размерности Хаусдорфа: энергетический метод и лемма Фростмана.
7. Бипараметрическая теория потенциала: отличия от одномерного случая.

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Посещение лекций и семинарских занятий

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволённых материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Период обучения (модуль): **Семестр 2-4**

Список вопросов к экзамену:

1. Логарифмический потенциал, логарифмическая емкость.
2. Энергия и равновесные меры.

3. Задача Дирихле для гармонических функций.
4. Регулярные точки, тест Винера.
5. Оценки гармонической меры, теорема Берлинга.
6. Экстремальная длина, конденсаторы.
7. Пространство Дирихле на единичном диске, воспроизводящие ядра.
8. Меры Карлесона для пространства Дирихле.
9. Интерполяция в пространстве Дирихле, мультипликаторы.
10. Абстрактная теория потенциала: основные определения, теорема Шоке.
11. Теорема фон Неймана о минимаксе.
12. Двойственное определение емкости, равновесные меры.
13. Радиально убывающие ядра и принцип максимума.
14. Логарифмическая теория потенциала на двоичном дереве.
15. Принципы максимума и подчинения.
16. Дискретное пространство Дирихле, неравенство Харди.
17. Геометрическое описание субъемкостных мер.
18. Дискретизация диска и эквивалентность соответствующих емкостей. Неравенство Вольфа.
19. Теория потенциала на взвешенном дереве. Весовые пространства Дирихле.
20. Хаусдорфова размерность: энергия и лемма Фростмана.
21. Бипараметрическая теория потенциала.

Темы для докладов на семинаре

1. Логарифмический потенциал, логарифмическая емкость.
2. Энергия и равновесные меры.
3. Задача Дирихле для гармонических функций.
4. Регулярные точки, тест Винера.
5. Оценки гармонической меры, теорема Берлинга.
6. Экстремальная длина, конденсаторы.
7. Пространство Дирихле на единичном диске, воспроизводящие ядра.
8. Меры Карлесона для пространства Дирихле.
9. Интерполяция в пространстве Дирихле, мультипликаторы.
10. Абстрактная теория потенциала: основные определения, теорема Шоке.
11. Теорема фон Неймана о минимаксе.
12. Двойственное определение емкости, равновесные меры.
13. Радиально убывающие ядра и принцип максимума.
14. Логарифмическая теория потенциала на двоичном дереве.
15. Принципы максимума и подчинения.

16. Дискретное пространство Дирихле, неравенство Харди.
17. Геометрическое описание субъёмкостных мер.
18. Дискретизация диска и эквивалентность соответствующих емкостей. Неравенство Вольфа.
19. Теория потенциала на взвешенном дереве. Весовые пространства Дирихле.
20. Хаусдорфова размерность: энергия и лемма Фростмана.
21. Бипараметрическая теория потенциала.

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

не требуется

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

доска для письма мелом или фломастером

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

не требуется

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

не требуется

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Мел — не менее 1 куса на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Adams, David R.; Hedberg, Lars Inge. «Function spaces and potential theory». Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften. [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], 314. Springer-Verlag, Berlin, 1996. xii+366 pp. ISBN: 3-540-57060-8
2. Arcozzi, Nicola; Rochberg, Richard; Sawyer, Eric T.; Wick, Brett D. «Potential theory on trees, graphs and Ahlfors-regular metric spaces». Potential Anal. 41 (2014), no. 2, 317-366.
3. John Garnett, Donald Marshall. «Harmonic Measure». Cambridge, 2005.
4. Russel Lyons, Yuval Peres. «Probability on Trees and Networks». Cambridge, 2016.
5. Peter Mörters, Yuval Peres. «Brownian Motion». Cambridge, 2010.
6. Richard Bass. «Probabilistic Techniques in Analysis». Springer, 1995.

3.4.3 Перечень иных информационных источников

Раздел 4. Разработчики программы

Мозоляко Павел Александрович, к.ф.-м.н., pmzlcroak@gmail.com