

Занятие 3

21.09.22

1. Пусть $f(x) = \chi_{[-a,a]}$, где $0 \leq a < \pi$. Разложите функцию f в ряд Фурье. В каких точках ряд сходится? В каких точках он сходится к значению функции f в этой точке? Каковы разумные области равномерной сходимости?
2. Разложите в ряд Фурье функцию $\max(b - |x|, 0)$, где $b < \pi$.
3. Вычислите свёртку $f * f$, где f — функция из первой задачи (пусть для простоты $a < \pi/2$). Сопоставьте с результатами второй задачи и формулой $(f * f)^\wedge = \hat{f}^2$.
4. Пусть $f: \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{C}$ — дифференцируемая функция со средним ноль. Докажите неравенство $\|f\|_{L_2} \leq \|f'\|_{L_2}$.