

# Занятие 7

19.10.22

1. Найдите асимптотику интеграла  $\int_0^{\pi/2} \exp(-\lambda \sin t) dt$  при  $\lambda \rightarrow +\infty$ .
2. Пусть  $\{a_n\}_{n=1}^N$  и  $\{b_n\}_{n=1}^N$  — две конечные последовательности неотрицательных чисел. Каков главный член асимптотики выражения  $\sum_{n=1}^N a_n^p b_n$  при  $p \rightarrow \infty$ ?
3. Пусть  $f: [0, b] \rightarrow \mathbb{R}_+$  — гладкая вплоть до границы строго убывающая неотрицательная функция,  $f'(0) \neq 0$ . Установите главный член асимптотики интегралов

$$\int_0^{\frac{c}{n}} f^n(x) dx, \quad n \rightarrow \infty; \quad (1)$$

$$\int_0^b f^n(x) dx, \quad n \rightarrow \infty; \quad (2)$$

$$\int_0^b x^\alpha f^n(x) dx, \quad n \rightarrow \infty, \alpha > 0. \quad (3)$$

4. Пусть  $\Phi(\theta) = \int_0^\theta e^{-t^2} dt$ . Докажите асимптотические тождества при  $A \rightarrow \infty$

1.  $\int_0^{\frac{\theta}{\sqrt{A}}} (1-x^2)^A dx \sim \frac{\Phi(\theta)}{\sqrt{A}};$

2.  $\int_0^{\frac{\theta}{\sqrt{A}}} (1+x^2)^{-A} dx \sim \frac{\Phi(\theta)}{\sqrt{A}}.$