

Занятие 10

9.11.22

1. Вычислите второй член асимптотики последовательности $n \mapsto \int_0^1 \cos^n x dx$.
2. Пусть гладкая функция Φ строго возрастает на интервале $[a, b]$, Φ' отделена от нуля, а функция ϕ гладкая с носителем в этом интервале. Докажите, что функция $\lambda \mapsto \int_a^b e^{i\lambda\Phi(x)} \phi(x) dx$ лежит в классе Шварца.
3. Пусть гладкая функция Φ строго убывает на интервале $[0, a]$, а функция Φ' отделена от нуля. Найдите первые два члена асимптотики интеграла

$$\int_0^a x^\alpha e^{i\lambda\Phi(x)} \varphi(x) dx, \quad \lambda \rightarrow \infty,$$

где $\varphi \in C^\infty([0, a])$, $\varphi = 1$ в окрестности нуля и $\varphi = 0$ в окрестности точки a , а число α больше -1 .

4. Пусть гладкая функция Φ строго выпукла на интервале $[-a, a]$, $\Phi'(0) = 0$, и трижды непрерывно дифференцируема, а функция f гладкая с носителем в этом интервале. Найдите главный член асимптотики интеграла $\int_{-a}^a e^{i\lambda\Phi(x)} f(x) dx$ при $\lambda \rightarrow \infty$.