

# Занятие 10

9.11.22

1. Вычислите второй член асимптотики последовательности  $n \mapsto \int_0^1 \cos^n x dx$ .
2. Пусть гладкая функция  $\Phi$  строго возрастает на интервале  $[a, b]$ ,  $\Phi'$  отделена от нуля, а функция  $\phi$  гладкая с носителем в этом интервале. Докажите, что функция  $\lambda \mapsto \int_a^b e^{i\lambda\Phi(x)} \phi(x) dx$  лежит в классе Шварца.
3. Пусть гладкая функция  $\Phi$  строго убывает на интервале  $[0, a]$ , а функция  $\Phi'$  отделена от нуля. Найдите первые два члена асимптотики интеграла

$$\int_0^a x^\alpha e^{i\lambda\Phi(x)} \varphi(x) dx, \quad \lambda \rightarrow \infty,$$

где  $\varphi \in C^\infty([0, a])$ ,  $\varphi = 1$  в окрестности нуля и  $\varphi = 0$  в окрестности точки  $a$ , а число  $\alpha$  больше  $-1$ .

4. Пусть гладкая функция  $\Phi$  строго выпукла на интервале  $[-a, a]$ ,  $\Phi'(0) = 0$ , и трижды непрерывно дифференцируема, а функция  $f$  гладкая с носителем в этом интервале. Найдите главный член асимптотики интеграла  $\int_{-a}^a e^{i\lambda\Phi(x)} f(x) dx$  при  $\lambda \rightarrow \infty$ .