

2 группа. Материалы третьего занятия.

Супремум и инфимум

1. Существует ли X — подмножество прямой, такое что $\inf X \leq \sup X$? А $\sup X < \inf X$?
2. Приведите пример множества X , такого что $\sup X \notin X$.
3. Найдите супремум и инфимум следующих множеств:

$$\begin{aligned} & \mathbb{N}; \\ & \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}; \\ & \left\{ \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}; \\ & \left\{ x + \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{R}_+ \right\}. \end{aligned}$$

Функция $N(\varepsilon)$

4. Сходятся ли эти последовательности? Если да, то вычислите предел и укажите функцию $N(\varepsilon)$.

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{2^{n+1} - (-5)^n}{(-2)^n + 5^{n+1}}; \\ x_n &= \sqrt[3]{n^3 + n^2} - n; \\ x_n &= \log_{(n^3-5)}(n^2 + 2); \\ x_n &= \sqrt[n]{n!}; \\ x_n &= \frac{a^n}{n!}, \quad a \in \mathbb{R} \text{ (если на лекциях нету)}; \\ x_n &= \frac{(n+1)(n+2) \dots (n+10)}{(n-1)(n-2) \dots (n-10)}; \\ x_n &= \frac{n^2 + \sqrt{n} \sin(n)}{n^2 + \cos(n^3)}; \\ x_n &= n^{\frac{3}{2}}(\sqrt{n+3} + \sqrt{n-3} - 2\sqrt{n}) \\ x_{n+1} &= \sqrt[3]{x_n^2 x_{n-1}}, \quad x_1 = 2, x_0 = 1; \end{aligned}$$