

1 группа. Материалы третьего занятия.

Старые задачи

Функция $N(\varepsilon)$

1. Сходятся ли эти последовательности? Если да, то вычислите предел и укажите функцию $N(\varepsilon)$ (кроме самого последнего пункта).

$$x_n = \sqrt[n]{n!};$$

$$x_n = \frac{(n+1)(n+2)\dots(n+10)}{(n-1)(n-2)\dots(n-10)};$$

$$x_n = \frac{n^2 + \sqrt{n} \sin(n)}{n^2 + \cos(n^3)};$$

$$x_n = n^{\frac{3}{2}}(\sqrt{n+3} + \sqrt{n-3} - 2\sqrt{n})$$

$$x_{n+1} = \sqrt[3]{x_n^2 x_{n-1}}, \quad x_1 = 2, x_0 = 1;$$

$$x_n = \prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right);$$

$$x_n = \prod_{k=2}^n \left(1 + \frac{1}{k^2}\right);$$

$$3, 3 + \frac{1}{3}, 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}, 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}}, \dots;$$

$$x_0 = a > 0, y_0 = b > 0, x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}, y_{n+1} = \frac{2x_n y_n}{x_n + y_n}.$$

Новые задачи

2. $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} ?$ Укажите ещё $N(\varepsilon)$.

$$f(x) = \frac{(\ln x)^x}{x};$$

$$f(x) = \frac{(\ln \ln x)^3}{\ln x};$$

$$f(x) = \frac{x^x}{e^{x^2}};$$

$$f(x) = \frac{2^{\sqrt{\ln x}}}{x^{10} \ln x};$$

$$f(x) = \frac{(\ln \ln x)^{e^x}}{x^{x^e}}.$$

3. (*) Найдите предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{\sin(\sin(\dots \sin 1) \dots)}_n \cdot \sqrt{n}.$$

4. Вычислите следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} x^x.$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+e^x)}{x}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x}{x}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \tan x}{\tan \sin x}.$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(1 + 2^x) \cdot \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right).$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}, \quad a, b, c > 0.$

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \left(2^{\frac{n\sqrt{n} - (n+1)\sqrt{n+1}}{\sqrt{9n-2}}}\right).$