

2 группа. Материалы пятого занятия.

Старые задачи

Функция $N(\varepsilon)$

1. Сходятся ли эти последовательности? Если да, то вычислите предел и укажите функцию $N(\varepsilon)$.

$$x_{n+1} = \sqrt[3]{x_n^2 x_{n-1}}, \quad x_1 = 2, x_0 = 1.$$

Вычисление пределов

2. Вычислите следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$.

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+e^x)}{x}$.

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x}{x}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \tan x}{\tan \sin x}$

Новые задачи

3. Вычислите следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(1 + 2^x) \cdot \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right)$.

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}, \quad a, b, c > 0$.

4. (Теорема Штольца) Пусть последовательность b_n положительна, не ограничена, и возрастает. Докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - a_{n-1}}{b_n - b_{n-1}}, \quad (1)$$

если второй предел существует.

5. Вычислите следующие пределы

1. $x_n = \frac{\sum_{k=1}^n k^p}{n^{p+1}}, \quad p > -1$;

2. $x_n = \frac{\sum_{k=1}^n a^k k!}{a^n n!}, \quad a > 0$;

3. $x_n = \frac{\sum_{k=1}^n \log k}{n \log n}$.