

2 группа. Материалы двенадцатого занятия.

Старые задачи Графики функций

1. Изобразите графики следующих функций, исследовав их естественные области определения, промежутки монотонности, выпуклости, точки пересечения с осями, асимптоты и симметрии:

1. $\log \cos x$;
2. $x\sqrt{\frac{x}{x-10}}$;
3. $\log(x^2 - 3x + 2)$;

Новые задачи Многочлен Тейлора

2. Разложите следующие функции в ряд Тейлора

1. $\sqrt{1 - 2x + x^3} - \sqrt[3]{1 - 3x - x^2}$ до порядка x^3 включительно;
2. $\sqrt[3]{\sin x^3}$ до порядка x^{13} включительно;
3. $\ln \cos x$ до порядка x^6 включительно.

3. Найдите пределы

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) \quad (3)$$

4. Представьте функцию $\frac{1}{1 - \cos x}$ в виде $P(1/x) + Q(x) + O(x^3)$ ($x \in (-1, 1)$), где P, Q — полиномы.

5. Вычислите $\sin 1$ с точностью до $\frac{1}{100}$. (Ответ можно дать в виде рациональной дроби.)

Вычисление первообразных

6. Вычислите следующие первообразные:

$$\int \frac{dx}{x^2 - 9},$$

$$\int 4^x e^x dx,$$

$$\int \sin^2 x dx,$$

$$\int \operatorname{ctg} x dx,$$

$$\int \operatorname{arctg} x dx,$$