

1 группа. Материалы второго занятия.

Старые задачи

Сходимость рядов и интегралов

1. Сходятся ли абсолютно эти ряды? А просто сходятся ли?

$$\sum_{n \geq 1} \frac{\cos \sqrt{n}}{n};$$
$$(*) \sum_{n \geq 1} \frac{\cos n^2}{n}.$$

2. Докажите тождество

$$\sum_{r=1}^m \cot^2 \frac{\pi r}{2m+1} = \frac{2m(2m-1)}{6}.$$

Выведите из него формулу $\sum_{n \geq 1} n^{-2} = \frac{\pi^2}{6}$.

3. Исследуйте следующие интегралы на сходимость и абсолютную сходимость. Вычислите их (по возможности).

$$\int_{-1}^1 |x|^p dx;$$
$$\int_{-1}^1 \frac{|\log |x||^q dx}{x};$$
$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx;$$
$$\int_{-1}^1 \frac{\sin \frac{1}{x}}{x} dx.$$