

# 1 группа. Материалы третьего занятия.

## Новые задачи

### Сходимость рядов и интегралов

1. Исследуйте следующие интегралы на сходимость и абсолютную сходимость. Вычислите их (по возможности).

$$\int_{-1}^1 |x|^p dx;$$
$$\int_{-1}^1 \frac{|\log |x||^q dx}{x};$$
$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx;$$
$$\int_{-1}^1 \frac{\sin \frac{1}{x}}{x} dx.$$

2. Вычислите интегралы. В каком смысле их надо понимать (как несобственные, в смысле главного значения)?

$$\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx;$$
$$\int_0^{\infty} \frac{\sinh x}{\sinh 2x} dx;$$
$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x dx;$$
$$\int_0^{\pi} x \tan x.$$

3. При каких значениях параметров сходятся эти интегралы?

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^p + x^q}, \quad p, q > 0;$$

$$\int_0^{\infty} \cos t^\alpha dt, \quad \alpha > 0.$$

4. Исследуйте функциональные последовательности на сходимость. Когда она будет равномерной?

1.  $\sqrt{x^2 + \frac{1}{n}}, x \in [-10, 10]; x \in \mathbb{R};$

2.  $n \sin \frac{x}{n}, x \in [0, 1]; x \in \mathbb{R};$

3.  $e^{-nx^2}, x \in [0, 1]; x \in [1, +\infty]; x \in \mathbb{R};$