

2 группа. Материалы третьего занятия.

Старые задачи

1. Вычислите пределы следующих последовательностей:

$$x_n = \sum_{k=0}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right) \sin \frac{\pi k}{n^2}.$$

Новые задачи

Сходимость рядов

2. Сходятся ли абсолютно эти ряды? А просто сходятся ли?

$$\sum_{n \geq 1} a^n, \quad a \in \mathbb{R};$$

$$\sum_{n \geq 1} n^p, \quad p \in \mathbb{R};$$

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n \log n};$$

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{n};$$

$$\sum_{n \geq 1} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^p \log \frac{n-1}{n+1};$$

$$\sum_{n \geq 1} \frac{\cos n}{n^p}, \quad p > 0;$$

$$\sum_{n \geq 2} \frac{\sin(n + 1/n)}{\log \log n}.$$

Сходимость интегралов

3. Исследуйте следующие интегралы на сходимость и абсолютную сходимость. Вычислите их (по возможности).

$$\int_{-1}^1 |x|^p dx;$$
$$\int_{-1}^1 \frac{|\log |x||^q dx}{x};$$
$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx;$$
$$\int_{-1}^1 \frac{\sin \frac{1}{x}}{x} dx.$$