

2 группа. Материалы четвёртого занятия.

Старые задачи

Сходимость рядов

1. Сходятся ли абсолютно эти ряды? А просто сходятся ли?

$$\sum_{n \geq 1} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^p \log \frac{n-1}{n+1};$$
$$\sum_{n \geq 1} \frac{\cos n}{n^p}, \quad p > 0;$$

Новые задачи

Сходимость интегралов

2. Исследуйте следующие интегралы на сходимость и абсолютную сходимость.

$$\int_{-1}^1 |x|^p dx;$$
$$\int_1^{\infty} x^p dx;$$
$$\int_{-1}^1 \frac{|\log |x||^q dx}{|x|};$$
$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx;$$
$$\int_{-1}^1 \frac{\sin \frac{1}{x}}{x} dx.$$

Равномерная сходимость

3. Исследуйте функциональные последовательности на сходимость. Когда она будет равномерной?

1. $\sqrt{x^2 + \frac{1}{n}}$, $x \in [-10, 10]$; $x \in \mathbb{R}$;

2. $n \sin \frac{x}{n}$, $x \in [0, 1]$; $x \in \mathbb{R}$;

3. e^{-nx^2} , $x \in [0, 1]$; $x \in [1, +\infty]$; $x \in \mathbb{R}$;