

## 2 группа. Материалы шестого занятия.

### Старые задачи

#### Равномерная сходимость

1. Исследуйте функциональные последовательности на сходимость. Когда она будет равномерной?

1.  $e^{-nx^2}$ ,  $x \in [0, 1]$ ;  $x \in [1, +\infty]$ ;  $x \in \mathbb{R}$ ;

2. Исследуйте функциональные ряды на сходимость, на равномерную сходимость.

1.  $\sum_{n \geq 0} x^n$ ,  $x \in (-1, 1)$ ;

2.  $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;  $x \in (-e, e)$ .

3. Найдите  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\lim_{y \rightarrow \infty} f(x, y))$  и  $\lim_{y \rightarrow \infty} (\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, y))$ , а также предел функции  $f$  по совокупности переменных:

•  $\sin \frac{\pi x}{2x+y}$ ;

•  $(x^2 + y^2)^\alpha e^{-x^2 - y^2}$ , где  $\alpha \in \mathbb{R}$ ;

•  $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \sin x \sin y$ .

### Новые задачи

#### Частные производные и дифференциал

4. Дана функция  $f$ . Определите, есть ли у неё частные производные; производные по направлениям; дифференциал в точке  $(0, 0)$  и в случае наличия вычислите.

•  $f(x, y) = xy$ ;

•  $f(x, y, z) = (x + 1)^{(y+1)z+1}$ ;

•  $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$ ;

•  $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$ ;

•  $f(x, y) = e^{-1/(x^2+y^2)}$  при  $(x, y) \neq (0, 0)$  (и  $f(0, 0) = 0$ ).