2 группа. Материалы восьмого занятия.

Старые задачи

Частные производные и дифференциал

1. Найдите производную данной функции в данном направлении в данной точке.

- $f(x, y) = x \sin(x + y)$, направление $(-1, 0)$, точка $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$;
- $\log(x^2 + y^2 + z^2)$, направление $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$, точка $(1, 2, 1)$;
- $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + x_4^2$, направление $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0, -\frac{2}{3})$, точка $(1, 3, 2, 1)$.

Новые задачи

2. Существует ли функция $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, не дифференцируемая в начале координат, производная которой по любому направлению (в начале координат) при этом равна нулю?

3. Пусть f — непрерывно-дифференцируемая функция своих аргументов. Вычислите дифференциал следующих функций

- $f(t, t^2, t^3)$, где $t \in \mathbb{R}$;
- $f(x^2 + y^2 + z^2)$ где $x, y, z \in \mathbb{R}$;
- $f(x^2 + y^2, x^2 - y^2, xy)$, где $x, y \in \mathbb{R}$.

4. Даны непрерывно дифференцируемая в области $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ функция f и число $p \in \mathbb{R}$. Докажите, что диффереcниальное уравнение $\sum x_i \partial f/\partial x_i = pf$ равносильно положительной однородности порядка p: $f(tx_1, \ldots, tx_n) = t^p f(x_1, \ldots, x_n)$ при $t > 0$.