

2 группа. Материалы девятого занятия.

Старые задачи

Частные производные и дифференциал

1. Существует ли функция $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, не дифференцируемая в начале координат, производная которой по любому направлению (в начале координат) при этом равна нулю?
2. Пусть f — непрерывно-дифференцируемая функция своих аргументов. Вычислите дифференциал следующих функций
 - $f(x^2 + y^2 + z^2)$ где $x, y, z \in \mathbb{R}$;
 - $f(x^2 + y^2, x^2 - y^2, xy)$, где $x, y \in \mathbb{R}$.
3. Даны непрерывно дифференцируемая в области $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ функция f и число $p \in \mathbb{R}$. Докажите, что дифференциальное уравнение $\sum x_i \partial f / \partial x_i = pf$ равносильно положительной однородности порядка p : $f(tx_1, \dots, tx_n) = t^p f(x_1, \dots, x_n)$ при $t > 0$.

Новые задачи

Исследование экстремумов

4. Исследуйте следующие функции на экстремумы:

1. $u = x^3 + 3xy^2 - 39x - 36y + 26$;

2. $u = x^2 + y^2 + (z + 1)^2 - xy + x$;

3. $u = \frac{256}{x} + \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + z^2$;

4. $f(x, y) = x^2 y^2 (x^2 + y^2 - 3) + 1$.